

Publicação Especial

Nº 08/94

Evolução química da galáxia: Produção, depleção
astração e modelos com refugos

Lilia Irmeli Arany Prado
Tese de Doutorado
Rio de Janeiro, Agosto de 1994

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO
OBSERVATÓRIO NACIONAL

EVOLUÇÃO QUÍMICA DA GALÁXIA: PRODUÇÃO, DEPLEÇÃO,
ASTRAÇÃO E MODELOS COM REFUGOS

LILIA IRMELI ARANY PRADO

ORIENTADOR: DR. RAMIRO DE LA REZA (CNPq - ON)

Tese apresentada para obtenção do grau de
Doutor em Astrofísica
pelo CNPq - Observatório Nacional

RIO DE JANEIRO - 5 DE AGOSTO DE 1994

À memória de

Oscar Arany (1906-1992)

A

Vieno Tuulikki Arany

Paulo Arany Prado

Thiago Arany e

Vania Freitas

The process of understanding nature as well as the happiness that man feels in understanding, that is, in the conscious realization of new knowledge, seems (...) to be based on a correspondence, a "matching" of inner images pre-existent in the human psyche with external objects and their behavior.

W. Pauli

"The Interpretation of Nature and the Psyche", 1955, C. J. Jung and W. Pauli, Pub. Bollingen Foundation Inc. by Pantheon Books Inc., N.Y., p. 152

What it means really to understand an equation - that is, in more than a strictly mathematical sense - was described by Dirac. He said: "I understand what an equation means if I have a way of figuring out the characteristics of its solution without actually solving it." So, if we have a way of knowing what should happen in given circumstances without actually solving the equations, then we "understand" the equations, as applied to these circumstances. A physical understanding is a completely unmathematical, imprecise and inexact thing, but absolutely necessary for a physicist.

The Feynman Lectures on Physics Vol. II, 2-1

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado pelo CNPq, através do Observatório Nacional, e pela Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Agradeço ao Dr. Ramiro de la Reza pela orientação e pelo apoio; ao Helio Jaques Rocha Pinto, cuja criatividade permitiu o desenvolvimento do modelo com refugos, e ao Dr. Walter J. Maciel, pela colaboração; ao Dr. Licio da Silva pelo apoio; ao José A. Buarque de Nazareth pelas discussões acerca da abstração e pelo apoio na fase inicial deste trabalho; ao pessoal da xerox, particularmente Sr. Acrisio e Sr. Ribeiro, ao pessoal da biblioteca e secretarias, pela gentileza no atendimento e àqueles que ajudaram de alguma forma.

Agradeço aos colegas que souberam conciliar ordem, progresso e bom humor em alto nível; àqueles, os amigos, que merecem, mas que de fato não precisam ser agradecidos; à Opus 90 (*in memoriam*) e à Antena 1 pela seleção musical; à minha mãe e aos meus filhos por indicarem caminhos.

RESUMO

Através da discussão do formalismo básico da evolução química da Galáxia, questionamos os significados das taxas de produção e depleção dos elementos. Mostramos que é necessário introduzir uma equação mais geral para a conservação dos metais na Galáxia, para a qual derivamos as taxas de produção e depleção estelar. A equação de conservação de metais em Tinsley (1980) é derivada neste contexto mais geral através da adoção de hipóteses simplificadoras. Estas simplificações podem levar a erros na avaliação da massa total de um dado metal. Uma estimativa para este efeito em nebulosas planetárias tipo I resulta em uma massa total de 0 até 30% menor que a prevista pela mencionada equação de Tinsley.

O Th foi inicialmente utilizado para estimativas de idade da Galáxia através do par cronômetro $^{232}\text{Th}/^{238}\text{U}$. A respectiva razão de abundâncias obtida no sistema solar só permite a estimativa de uma idade mínima para a Galáxia (Schramm e Wasserburg 1970). Para uma estimativa da idade máxima correspondente são necessárias observações de razões de abundâncias estelares, obtidas primeiramente por Butcher (1987) que utilizou o par Th/Nd. Ainda, da Silva *et al.* (1990) determinaram abundâncias estelares da razão Th/Eu. Malaney *et al.* (1989) observaram que há uma depleção estelar seletiva do ^{232}Th , que aumenta o limite superior para a idade da Galáxia determinado por Butcher. Malaney *et al.* mostraram que tal efeito pode ser descrito por uma “taxa de decaimento” que se soma à taxa de decaimento (de laboratório) do Th. Para isto, eles utilizaram um parâmetro o qual denominaram *função de destruição*, que é, em suas palavras, “*the percentage of matter in the stellar ejecta which is free of thorium (and other actinides)*”. Neste trabalho, definimos matematicamente a função de destruição de Malaney *et al.* e derivamos uma equação geral de variação de abundâncias no meio interestelar (MI) (a qual descreve os efeitos gerais da astração na evolução de núclídeos individuais), com termos independentes de produção (*yield*) e de destruição.

Desenvolvemos o *modelo* de uma zona *com refugos* (Rocha-Pinto *et al.* 1994), no qual consideramos três classes de objetos: estrelas, *refugos* (remanescentes e *resíduos*, sendo estes últimos os objetos com massas não estelares) e gás (MI). Admitimos que a formação

de resíduos acompanha a formação de cada estrela de baixa massa e admitimos a evaporação total ou parcial de H e He dos resíduos, o que implica a diluição de metais no MI. Para dar conta da formação de resíduos, foi necessário introduzir uma *função de massa inicial generalizada* (que tem forma análoga à da função de massa inicial para estrelas e é não nula para resíduos) e uma *taxa de formação generalizada* (cuja parte associada às estrelas é idêntica à taxa de formação estelar clássica). Utilizando a *aproximação de reciclagem instantânea* (ARI), o modelo com refugos explica a *distribuição cumulativa de metalicidade das anãs G* (DCM) (Pagel 1989a) desde que a *inclinação da função de massa inicial generalizada no ramo correspondente aos resíduos* (j) seja igual a 1,8 e a metalicidade inicial seja 0,2 vezes a atual. Isto implica que cada estrela do tipo solar deve possuir uma nuvem de Oort com $\sim 10^{13}$ cometas. Além disto, o modelo com refugos “produz” uma massa escura de resíduos que pode ser avaliada através de modelos de evolução química.

Apresentamos um modelo de uma zona que leva em conta os efeitos conjuntos dos refugos e da astração, assumindo a ARI e uma taxa de formação generalizada que depende linearmente da massa do MI. Comparamos este com o modelo que leva em conta somente a astração, utilizando a razão Th/Eu em função da metalicidade: o primeiro modelo reproduz muito melhor os dados de da Silva *et al.* (1990), tomando $j = 1,7$. Mostramos também que o efeito dos refugos é matematicamente análogo ao efeito do decaimento radioativo e introduz mais uma “taxa de decaimento” que se soma às anteriores (mencionadas acima) descritas em Malaney *et al.* (1989).

Utilizando os modelos analíticos de Clayton (1984), a ARI e o modelo com refugos, mostramos que há uma forte concorrência entre os efeitos dos refugos e do *infall*, pois ambos implicam a diluição do MI. Ou seja, não é possível reproduzir vínculos observacionais tais como a metalicidade solar e atual, quando consideramos simultaneamente, altas taxas de *infall* e de formação de resíduos. O *infall*, que tradicionalmente justifica a falta de anãs G com baixas metalicidades, não pode ser utilizada com os mesmos propósitos, caso consideremos, também, o efeito dos refugos. Através do ajuste simultâneo da DCM e da relação idade metalicidade de Twarog (1980), tomando $j = 1,5$ e uma metalicidade do *infall* de 0,04 vezes a atual, estimamos em 15 giga-ano a idade da Galáxia e verificamos ser necessário considerar: a) uma baixa taxa de *infall* de pequena duração (0,5 giga-ano); b) um pulso de formação de estrelas de grande massa no início da vida da Galáxia.

ABSTRACT

We discuss the basic formalism of Galactic Chemical Evolution to question the physical meaning of element production and depletion rates. We show that it is necessary to introduce a more general equation for the conservation of metals in the Galaxy, for which we derive explicit production and depletion rates. The equation for the conservation of metals of Tinsley(1980) can be recovered in this context by the adoption of a set of simplifying hypotheses, which can lead to errors in the evaluation of the total mass of a given element. We estimate this effect in the oxygen mass of type I planetary nebulae and show that the new formalism indicates a value 30% less than the one predicted by Tinsley's equation.

The element Th which has been used in the past to estimate the age of the Galaxy by means of the pair $^{232}\text{Th}/^{238}\text{U}$ obtained from solar system material can only give a minimum age of the Galaxy (Schramm & Wasserburg 1970). In order to estimate the corresponding upper limit, stellar abundance ratios must be obtained. Butcher (1987) first determined Th/Nd ratios, and da Silva *et al.* (1990) determined Th/Eu ratios. Malaney *et al.* (1989) found that a selective depletion of ^{232}Th increases the upper limit of the galactic age as determined by Butcher (1987). Malaney *et al.* showed that this effect can be described by a new "decay rate" which adds to the (laboratory) natural Th decay rate. For that, they introduced a parameter termed "destruction function", defined in their words as "the percentage of matter in the stellar ejecta which is free of thorium (and other actinides)". In this work, we define mathematically this destruction function and we derive a general equation for the evolution of abundances in the interstellar medium (ISM) (which describes the general effects of astration in the evolution of individual nuclides), with independent production (yield) and destruction terms.

We develop a one zone *model with refuses* (Rocha-Pinto *et al.* 1994), in which three classes of objects are considered : stars, *refuses* (remnants and *residues*: the last are objects with non-stellar masses) and gas (ISM). We assume that residues and low-mass stars are formed together and we further assume partial or total evaporation of H and He of the residues, which implies the dilution of metals in the ISM. The formation of residues has been included

by the introduction of a *generalized initial mass function* (which has the same shape as the stellar initial mass function and is non-null for residues) and a *generalized formation rate* (in which the part due to stars equals the classical star formation rate). Employing the instantaneous recycling approximation (IRA), the model with refuses explains the *cumulative metallicity distribution of G dwarfs* (CMD) (Pagel 1989a) as long as *the slope of the generalized initial mass function in the mass range of residues* (j) equals 1.8 and the initial metallicity be 0.2 the present one. This implies that every solar-type star must possess a Oort cloud with $\sim 10^{13}$ comets. Furthermore, the model with refuses “produces” a dark residual mass which can be evaluated by the chemical evolution models.

We present a one-zone model which takes into account the refuses and astration effects, assuming IRA and a generalized formation rate which depends linearly in the ISM mass. We compare this model to the one which considers only astration, using the Th/Eu ratio as function of metallicity: the former reproduces much better the data of da Silva *et al.* (1990) with $j = 1.7$. Also, we show that the effect of the refuses is mathematically similar to a radioactive decay and merely introduces an additional rate which adds to the former (mentioned above) ones described by Malaney *et al.* (1989).

Considering IRA, the refuses model and using the analytical models of Clayton (1984) we show that there is a strong competition between the effects of refuses and infall, since both imply the dilution of the ISM. As a result, it is not possible to reproduce the observational constraints such as the solar and the present metallicity, if we consider simultaneously high infall rates and high residue formation rates. The infall, which traditionally justifies the paucity of low-metallicity G-dwarfs, *cannot* be employed with the same goal if the effects of residues are also included. By simultaneously fitting the CMD and the age-metallicity relation of Twarog (1980), taking $j = 1.5$ and an infall metallicity equal to 0.04 the present one, we estimate the galactic age to be 15 Gyr, and we note that it is necessary to consider: a) a infall rate of short duration (0.5 Gyr); b) a massive star formation burst in the early Galaxy.

Índice

Capítulo 1 - Introdução	1
Capítulo 2 - Formalismo Básico da Evolução Química da Galáxia	
2.1 - A função de massa inicial e a taxa de formação estelar	9
2.2 - Modelo básico	10
2.3 - Evolução de abundâncias no meio interestelar	
2.3.1 - Equações gerais	13
2.3.2 - Equações para o conjunto dos metais e para radionuclídeos	16
2.4 - Aproximações analíticas	
2.4.1 - A aproximação de reciclagem	18
2.4.2 - Evolução da metalicidade	20
2.4.3 - Soluções analíticas e distribuição cumulativa de metalicidade	21
Capítulo 3 - Produção e Depleção	27
3.1 - Equação geral de conservação de massa	28
3.2 - A taxa de produção estelar	29
3.3 - A taxa de depleção estelar	30
3.4 - Uma equação simplificada para a conservação de metais	30
3.5 - Efeitos sobre a massa total	33

Capítulo 4 - Aeração

4.1 - Introdução	37
4.2 - A função de destruição	39
4.3 - Equações para evolução de abundâncias	44
4.4 - Evolução da razão Th/Eu	49

Capítulo 5 - O Modelo com Refugos

5.1 - Introdução	57
5.2 - A Model for the chemical evolution of the Galaxy with refuges	
5.2.1 - Introduction	59
5.2.2 - Basic equations	61
5.2.3 - The generalized formation rate and initial mass function	64
5.2.4 - Metallicity distribution	65
5.2.5 - Comets and residues	72
References	73
5.3 - Efeitos conjuntos dos refugos e da aeração	
5.3.1 - Equações para evolução de abundâncias	75
5.3.2 - Evolução da razão Th/Eu	77

Capítulo 6 - O Modelo com Refugos e Infall

6.1 - Introdução	83
6.2 - Evolução das massas e da metalicidade	86
6.3 - Pulso inicial de estrelas de grande massa	90

Capítulo 7 - Conclusões e Perspectivas

7.1 - Conclusões	99
7.2 - Perspectivas	103

Apêndice I - Definições em Miller e Scalo (1979)

I.1 - A função de massa inicial	107
I.2 - As taxas de nascimento e de formação estelar	109

Apêndice II - Consideração relativa à Taxa de Depleção

111

Apêndice III - Considerações relativas ao Modelo com Refugos

III. 1 - Consistência entre os parâmetros do modelo com refugos e os do formalismo básico do capítulo 2	115
III. 2 - Demonstração das equações para as taxas de variação das massas do gás, das estrelas e dos refugos	119
III. 3 - Evolução de abundâncias no meio interestelar	122
III.3.1 - Equações gerais	123
III.3.2 - Evolução da metalicidade	124
III.4 - Cálculo das frações de estrelas e de resíduos formados	125

Referências

131

CAPÍTULO 1

Introdução

No single model result should be taken to stand alone as a proof of the validity of a galactic evolution model.

Tosi (1988)

Os modelos de evolução química da Galáxia deveriam ser denominados de modelos de evolução dos elementos químicos da Galáxia, pois o objetivo de tais modelos é o de traçar a evolução dos elementos durante a vida da Galáxia.

Neste trabalho, não fazemos uma revisão dos muitos modelos de evolução química que surgiram nos últimos trinta anos e que levam em consideração efeitos da formação dos componentes da Galáxia (halo, bojo, disco espesso, disco fino e braços espirais), gradientes de abundâncias, aspectos complexos de nucleossíntese e evolução estelar, evolução de sistemas estelares múltiplos, etc., e incertezas nas determinações de abundâncias e de contagens estelares. A grande quantidade de modelos é um sintoma das dificuldades encontradas nos ajustes, mesmo que parciais, com vínculos observacionais. Tais problemas deram origem a severas críticas, tais como a citação acima, de Tosi (1988). Entretanto, mesmo uma análise dos chamados modelos simples pode levar ao questionamento de conceitos básicos os quais, ao nosso ver, são em geral apresentados de forma pouco rigorosa. É neste contexto que se situa este trabalho, o qual tem a finalidade de enfatizar o formalismo básico dos modelos de evolução química da Galáxia. A partir deste formalismo, introduzimos, nestes modelos, refinamentos relativos a produção e destruição dos elementos e aos processos de retenção de

matéria do meio interestelar devido à formação de estrelas e objetos não estelares[†]. A seguir, faremos uma breve descrição dos aspectos da evolução química que julgamos relevantes para indicar o contexto em que se insere este trabalho.

Nos modelos mais simples, considera-se uma porção tal como a vizinhança solar. Toma-se um anel galactocêntrico estreito (que contém a vizinhança) e se supõe que no intervalo de tempo em estudo, nenhum material entra ou sai de tal região. Sendo inicialmente o material gasoso e livre de elementos pesados, à medida que o tempo passa o gás (meio interestelar) é enriquecido pelos produtos da evolução estelar. Assume-se ainda que movimentos turbulentos mantenham o gás bem misturado e, portanto, homogêneo. O suprimento de gás é gradualmente consumido, no processo de formação estelar, e o gás torna-se paulatinamente enriquecido com elementos pesados. Estes são os chamados *modelos de uma zona* (Binney e Tremaine 1987). Estes modelos podem ser ampliados para incluir a capacidade do meio de receber e/ou perder gás através de fluxos para dentro ou para fora do anel galáctico considerado. Modelos complexos para a Galáxia como um todo podem ser subdivididos em zonas, cada uma das quais com as características acima mencionadas. Desta forma é possível acoplar a dinâmica e a evolução química. Entretanto, em geral, somente é levado em consideração o acréscimo de massa ao disco (*infall*), proveniente do halo galáctico.

Outras suposições usuais nos modelos são as aproximações de perda de massa súbita e de reciclagem instantânea, nas quais admite-se que as estrelas tenham massa constante durante suas vidas e que a ejeção de matéria ocorra no instante da morte estelar. A segunda aproximação é mais radical que a primeira pois, naquela, admite-se as estrelas divididas em

[†] Neste trabalho as massas e as escalas de tempo são dadas em unidades, respectivamente, de massa solar ($M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30}$ Kg) e de giga-ano ($Gano = 10^9$ ano); utilizamos ainda o parsec ($pc = 3,086 \times 10^{16}$ m).

duas categorias: as que vivem para sempre (de baixa massa) e as que morrem tão logo nascem (de grande massa). Isto se deve ao fato de que as massas capazes de enriquecerem o meio interestelar estão associadas a tempos de vida desprezíveis em relação à escala de evolução galáctica. As estrelas de grande massa deixam remanescentes compactos resultantes da morte estelar (é controverso o intervalo de massas intermediárias associado à ejeção de toda a massa estelar; neste caso, a estrela não deixa remanescente). Na maior parte dos trabalhos em evolução química considera-se somente duas classes de objetos: a das estrelas e a do gás do meio interestelar. Neste esquema, os remanescentes encontram-se implicitamente incluídos na categoria das estrelas. Ainda, em geral considera-se o tempo de vida e a produção de uma estrela como dependentes unicamente da massa inicial.

A questão básica dos modelos de evolução química é encontrar uma equação de variação de abundância de um dado nuclídeo no gás do meio interestelar, de modo a estimar razões de abundâncias[†] entre nuclídeos no instante de formação do Sistema Solar ou das estrelas em estudo. Para a maior parte das estrelas [anãs e subgigantes, que não sofreram processos de dragagem (*dredge-up*)] a composição química (determinada espectroscopicamente) é um indicador da composição do gás à época da formação estelar. Esta composição química é um resultado dos vários processos nucleossintéticos ocorridos, no *Big Bang* e na Galáxia, bem como dos processos de destruição e, ainda, da reciclagem do meio interestelar, até o instante de formação de uma dada estrela. Deste modo, diferenças nas composições químicas entre estrelas jovens e velhas de baixa massa servem como indicadores

[†] Denominamos abundância de uma espécie em um dado meio a razão entre a massa total da espécie e a massa total do meio em questão. Assim, a razão entre as abundâncias de duas espécies é a razão entre as respectivas massas totais. Para esta, é utilizada a notação usual para as espécies *A* e *B*: $[A/B] = \log(A/B) - \log(A/B)_{\odot}$. Particularmente, a abundância do conjunto dos metais é denominada metalicidade (neste trabalho o termo *metal* designa quaisquer nuclídeos mais pesados que o *B*, excluindo os radionuclídeos).

da evolução e do enriquecimento do meio interestelar. O trabalho de Edvardson *et al.* (1993), que apresenta determinações de abundâncias de um grande número de elementos para 189 anãs F e G, com as respectivas propriedades cinemáticas, constitui-se em um acúmulo fundamental de vínculos observacionais para o aprimoramento futuro dos modelos.

Uma medida do enriquecimento do meio interestelar é estimada através da metalicidade, designada por Z . Supõe-se a relação entre $\log(Z/Z_{\odot})$ e a razão de abundâncias $[\text{Fe}/\text{H}]$ ou $[\text{O}/\text{H}]$. É preferível a utilização do O como indicador de metalicidade, uma vez que este é produzido em estrelas de grande massa, para as quais é válida a aproximação de reciclagem instantânea. Um dos vínculos mais restritivos aos modelos de evolução química é a distribuição de anãs G em função da metalicidade. Encontra-se uma ausência substancial de estrelas com baixa composição metálica. Isto deu origem à expressão “problema das anãs G”, dado que os modelos, em geral, não dão conta satisfatoriamente de tal ausência (para maiores detalhes quanto aos ajustes dos modelos e questões observacionais ver Rocha-Pinto, 1993). Nos últimos anos tem-se utilizado a distribuição de Pagel (1989a), que revisou os dados anteriores de Pagel e Patchett (1975) e utilizou o O como indicador de metalicidade. Um outro vínculo largamente utilizado nos modelos é a relação idade-metalicidade (Twarog 1980, Calberg *et al.* 1985). Nos modelos, em geral admite-se um crescimento monótono da metalicidade com o tempo, o que implica uma calibração entre escalas de tempo de formação/evolução estelar e galáctica. Tal crescimento não deve corresponder à realidade, principalmente se o Fe for utilizado como indicador de metalicidade. É necessário conhecer a evolução e nucleossíntese de supernovas que contribuem com o Fe, para determinar em que época na vida da Galáxia teve início o correspondente enriquecimento do meio interestelar (ainda existem muitas incertezas nesta área).

Abundâncias de *radionuclídeos adequados* (nucleocronômetros) são utilizadas nas teorias de nucleocosmocronologia, que trata das determinações de idades para escalas cosmológicas e galácticas. A adequação referida diz respeito às meias vidas dos radionuclídeos,

duas categorias: as que vivem para sempre (de baixa massa) e as que morrem tão logo nascem (de grande massa). Isto se deve ao fato de que as massas capazes de enriquecerem o meio interestelar estão associadas a tempos de vida desprezíveis em relação à escala de evolução galáctica. As estrelas de grande massa deixam remanescentes compactos resultantes da morte estelar (é controverso o intervalo de massas intermediárias associado à ejeção de toda a massa estelar; neste caso, a estrela não deixa remanescente). Na maior parte dos trabalhos em evolução química considera-se somente duas classes de objetos: a das estrelas e a do gás do meio interestelar. Neste esquema, os remanescentes encontram-se implicitamente incluídos na categoria das estrelas. Ainda, em geral considera-se o tempo de vida e a produção de uma estrela como dependentes unicamente da massa inicial.

A questão básica dos modelos de evolução química é encontrar uma equação de variação de abundância de um dado nuclídeo no gás do meio interestelar, de modo a estimar razões de abundâncias[†] entre nuclídeos no instante de formação do Sistema Solar ou das estrelas em estudo. Para a maior parte das estrelas [anãs e subgigantes, que não sofreram processos de dragagem (*dredge-up*)] a composição química (determinada espectroscopicamente) é um indicador da composição do gás à época da formação estelar. Esta composição química é um resultado dos vários processos nucleossintéticos ocorridos, no *Big Bang* e na Galáxia, bem como dos processos de destruição e, ainda, da reciclagem do meio interestelar, até o instante de formação de uma dada estrela. Deste modo, diferenças nas composições químicas entre estrelas jovens e velhas de baixa massa servem como indicadores

[†] Denominamos abundância de uma espécie em um dado meio a razão entre a massa total da espécie e a massa total do meio em questão. Assim, a razão entre as abundâncias de duas espécies é a razão entre as respectivas massas totais. Para esta, é utilizada a notação usual para as espécies *A* e *B*: $[A/B] = \log(A/B) - \log(A/B)_{\odot}$. Particularmente, a abundância do conjunto dos metais é denominada metalicidade (neste trabalho o termo metal designa quaisquer nuclídeos mais pesados que o *B*, excluindo os radionuclídeos).

da evolução e do enriquecimento do meio interestelar. O trabalho de Edvardson *et al.* (1993), que apresenta determinações de abundâncias de um grande número de elementos para 189 anãs F e G, com as respectivas propriedades cinemáticas, constitui-se em um acúmulo fundamental de vínculos observacionais para o aprimoramento futuro dos modelos.

Uma medida do enriquecimento do meio interestelar é estimada através da metalicidade, designada por Z . Supõe-se a relação entre $\log(Z/Z_{\odot})$ e a razão de abundâncias $[\text{Fe}/\text{H}]$ ou $[\text{O}/\text{H}]$. É preferível a utilização do O como indicador de metalicidade, uma vez que este é produzido em estrelas de grande massa, para as quais é válida a aproximação de reciclagem instantânea. Um dos vínculos mais restritivos aos modelos de evolução química é a distribuição de anãs G em função da metalicidade. Encontra-se uma ausência substancial de estrelas com baixa composição metálica. Isto deu origem à expressão “problema das anãs G”, dado que os modelos, em geral, não dão conta satisfatoriamente de tal ausência (para maiores detalhes quanto aos ajustes dos modelos e questões observacionais ver Rocha-Pinto, 1993). Nos últimos anos tem-se utilizado a distribuição de Pagel (1989a), que revisou os dados anteriores de Pagel e Patchett (1975) e utilizou o O como indicador de metalicidade. Um outro vínculo largamente utilizado nos modelos é a relação idade-metalicidade (Twarog 1980, Calberg *et al.* 1985). Nos modelos, em geral admite-se um crescimento monótono da metalicidade com o tempo, o que implica uma calibração entre escalas de tempo de formação/evolução estelar e galáctica. Tal crescimento não deve corresponder à realidade, principalmente se o Fe for utilizado como indicador de metalicidade. É necessário conhecer a evolução e nucleossíntese de supernovas que contribuem com o Fe, para determinar em que época na vida da Galáxia teve início o correspondente enriquecimento do meio interestelar (ainda existem muitas incertezas nesta área).

Abundâncias de *radionuclídeos adequados* (nucleocronômetros) são utilizadas nas teorias de nucleocosmocronologia, que trata das determinações de idades para escalas cosmológicas e galácticas. A adequação referida diz respeito às meias vidas dos radionuclídeos,

que devem ser da ordem de grandeza da idade que se deseja estimar, bem como a parâmetros nucleares e abundâncias passíveis de serem medidas. Inicialmente as abundâncias dos radionuclídeos eram obtidas somente de rochas lunares e de meteoritos condritos carbonáceos (assumidos como os objetos mais primevos do sistema solar e que mantiveram um registro da época de formação do sistema). O trabalho de Butcher (1987), que apresenta medidas de razões estelares Th/Nd, ampliou a utilização dos métodos da cosmocronologia para a determinação de idades de sistemas estelares (e da Galáxia). Para o caso de radionuclídeos, admite-se que, na atmosfera de anãs e subgigantes, a abundância, da época da formação estelar, segue simplesmente a lei de decaimento simples (de laboratório).

Abundâncias de nuclídeos em estrelas evoluídas servem de vínculo para as teorias de nucleossíntese e evolução estelar e a comparação entre abundâncias em diferentes populações estelares vincula hipóteses acerca da evolução dos componentes galácticos. Ainda, a eficiência da mistura das ejeções estelares com o gás, pode ser estudada através da análise da abundância do O em associações jovens, como mostraram Cunha e Lambert (1992), para estrelas B da sequência principal pertencentes a quatro subgrupos de diferentes idades da associação do Órion.

Um processo importante que deve ser levado em conta é a astração, que é a retenção do material do gás nas estrelas durante a evolução estelar. Devido à astração, os elementos sofrem influências do meio estelar até serem rejeitados. Malaney *et al.* (1989) calcularam que $\approx 10\%$ - 20% dos actínídeos iniciais são destruídos nos interiores de estrelas de grande massa devido a reações nucleares induzidas por fôtons γ . É relevante observar que neste trabalho, Malaney *et al.* mostraram que o efeito de diluição do Th devido à astração pode ser descrito por uma taxa de decaimento efetiva que constitui uma soma das taxas de decaimento simples mais um termo de astração. Para o cálculo deste último, eles utilizaram uma variável, ξ , a qual denominaram *função de destruição*, que é estimada a partir de um cálculo separado de evolução estelar (no trabalho, não há uma definição precisa de

ξ). Ainda, segundo Yokoi *et al.* (1983), a principal fonte de incerteza na cronologia do par Re/Os é o aumento do decaimento do ^{187}Re com as temperaturas estelares, pois sua abundância original, neste processo, é mais alterada que o esperado. É importante ressaltar que ambos os resultados da astração citados não devem ser observados durante a evolução de uma dada estrela, pois não são fenômenos de superfície. Através das ejeções estelares, estes efeitos terão influência cumulativa sobre cada uma das novas gerações de estrelas. Também ocorrem fortes efeitos de astração sobre o ^7Li , o D e o ^9Be , cujas evoluções foram estudadas por Brown (1992), que utilizou um formalismo análogo aos dos trabalhos citados acima. O Li e o Be têm evoluções ainda mais complexas, uma vez que podem ser gerados na nucleossíntese primordial e no meio interestelar.

Outro fato fundamental é a dependência de parâmetros da evolução química na idade assumida para a Galáxia, T_G , a qual é uma questão controversa. Das teorias cosmológicas, da nucleocosmocronologia, das determinações das abundâncias de He em aglomerados globulares, da evolução química da Galáxia, etc., pode-se estabelecer limites grosseiros de idades: $9 < T_G < 15 \text{ Gano}$. Entretanto, é possível encontrar estimativas de idades estelares superiores a 15 Gano (ver, por exemplo tabela 4.1). Apesar destas discrepâncias, vale lembrar que métodos independentes fazem estimativas de uma idade finita, o que não deixa de ser surpreendente.

As diferenças entre as razões de abundâncias previstas e observadas indicam que a evolução de núclídeos depende não só das teorias de nucleossíntese e evolução estelar, como também dos parâmetros dos modelos de evolução química, tais como o *infall*, a função de massa inicial (que é uma função de distribuição de massas estelares na época de formação das estrelas), a taxa de formação estelar (que é a massa total das estrelas formadas por unidade de tempo), a astração e as escalas de tempo. Desta forma, são necessários aprimoramentos dos modelos de evolução química, e o caminho para isto deve-se fundamentar em conceitos

bem estabelecidos. Nossa contribuição, como já foi descrito no início deste capítulo, está baseada na análise destes conceitos. A seguir, indicamos o esquema do trabalho.

Baseamo-nos em Tinsley (1980) para apresentar o formalismo básico (capítulo 2) utilizado por grande parte dos autores. Procuramos apresentá-lo de uma forma mais geral, o que nos permite indicar o contexto no qual foram necessários as revisões e refinamentos apresentados nos capítulos seguintes. O trabalho fundamental de Miller e Scalo (1979) para a estimativa da função de massa inicial e para hipóteses consistentes de taxas de formação estelar em função da idade da Galáxia, tem uma notação diferente da de Tinsley (1980). Por esta razão, achamos adequado mostrar a analogia entre as duas notações, o que é feito no apêndice I.

Definições das taxas de produção e depleção são introduzidas no capítulo 3, o que permite mostrar ambigüidades no formalismo em Tinsley. No capítulo 4 demonstramos matematicamente a *função de destruição* em Malaney *et al.* (1989); ou seja, nosso desenvolvimento permite evidenciar o conteúdo do parâmetro ξ citado anteriormente. Com isto, escrevemos uma equação geral de evolução de nuclídeos com termos distintos para a produção e a destruição de elementos. Demonstramos a equivalência entre o nosso formalismo e o de Malaney *et al.*, através da aplicação das equações gerais para o caso da evolução da razão Th/Eu. Uma comparação de aspectos teóricos dos capítulos 3 e 4 é feita no apêndice II.

No capítulo 5 e no apêndice III, consideramos a reformulação das equações básicas, tornando-as consistentes com a sugestão de Tinsley e Cameron (1974) de que *objetos não estelares* (resíduos) podem atuar como “sorvedouros” de metais do meio interestelar. Para esta análise da retenção do gás do meio interestelar nos resíduos, rejeitamos a classificação dual de objetos (estrelas e gás) e introduzimos os *refugos* que compreendem os remanescentes e os *resíduos*. O modelo com refugos é apresentado na seção 5.2 (que é o trabalho

de Rocha-Pinto *et al.* 1994) e a consistência entre este e os modelos clássicos é apresentado no apêndice III. A reconstrução das equações básicas da teoria, baseada na existência dos refugos, leva à reinterpretação da função de massa inicial e da taxa de formação estelar. Na seção 5.3 introduzimos as equações gerais que descrevem os efeitos conjuntos dos refugos e da astração e aplicamos os resultados na evolução da razão Th/Eu. Fazemos, então, uma comparação entre o modelo com astração e o modelo com os efeitos conjuntos de astração mais refugos.

O efeito do *infall*, que não é considerado nos capítulos 3, 4 e 5, é comparado ao efeito dos refugos no capítulo 6. Para tal, utilizamos os modelos analíticos de Clayton (1984, 1985, 1988), cujas equações são modificadas para incluir o formalismo do modelo com refugos.

No capítulo 7 dedicamo-nos às conclusões gerais deste trabalho e às perspectivas para futuros desenvolvimentos.

CAPÍTULO 2

Formalismo Básico da Evolução Química da Galáxia

Apresentamos um resumo do formalismo básico da evolução química da Galáxia, baseado em Tinsley (1980). Eventuais diferenças entre este e o que se segue deve-se ao fato de que procuramos apresentá-lo de uma forma mais geral. Nosso objetivo é situar os refinamentos dos modelos (nos próximos capítulos) no contexto do formalismo em geral utilizado.

2.1. A função de massa inicial e a taxa de formação estelar

O número total de estrelas com massas no intervalo $(m, m + dm)$, formadas no intervalo de tempo $(t, t + dt)$ (admitindo-se dependências separadas na massa e no tempo) é

$$\psi(t)\phi(m)dm dt \quad , \quad (2.1)$$

onde ψ é a **taxa de formação estelar**, que é a massa total das estrelas formadas por unidade de tempo, e ϕ é a **função de massa inicial**. Do ponto de vista observacional, o número em questão é, de fato, um número por unidade de área do disco galáctico. Entretanto, para simplificar, vamos assumir isto implicitamente, tal como em Tinsley (1980).

De (2.1), temos que a massa total das estrelas nascidas no intervalo $(t, t + dt)$ é

$$\int_{m_l}^{m_u} m\psi(t)\phi(m)dm dt \quad , \quad (2.2)$$

onde m_l e m_u são as massas estelares mínima e máxima.

Da definição da taxa de formação estelar e de (2.2), temos necessariamente a normalização da função de massa inicial no formalismo em Tinsley (1980):

$$\int_{m_i}^{m_u} m\phi(m)dm = 1 \quad . \quad (2.3)$$

A função de massa inicial pode ser estimada a partir da contagem de estrelas do campo, utilizando os métodos descritos em Miller e Scalo (1979) (ver também Scalo 1986). Estes autores utilizam, para a função de massa inicial, uma definição diferente da utilizada aqui (as relações entre estas encontram-se no apêndice I). Na verdade, a função de massa inicial e a taxa de formação estelar estão profundamente relacionadas, não sendo possível obter a primeira sem assumir uma história para a segunda. Entretanto, uma fórmula completa para a taxa de formação estelar, que implica o entendimento das condições sob as quais formam-se estrelas, seria complexa demais para ter utilidade prática, do ponto de vista da comparação com as observações atuais disponíveis. Discussões acerca das fórmulas propostas por diversos autores podem ser encontradas, por exemplo, em Tosi (1988, e referências aí contidas).

2.2. Modelo básico

Considera-se um anel galactocêntrico que contenha o Sistema Solar e assume-se como instante inicial aquele do início da formação estelar no disco da Galáxia. Em geral considera-se um meio interestelar homogêneo constituído de gás. A massa total do sistema é dada por

$$M(t) = M_e(t) + M_g(t) \quad , \quad (2.4)$$

onde M_e e M_g são as massas das estrelas (e remanescentes) e do gás.

As equações para as taxas de variação das massas em (2.4) são

$$\frac{dM(t)}{dt} = I(t) - O(t) \quad , \quad (2.5)$$

$$\frac{dM_e(t)}{dt} = \psi(t) - E(t) \quad , \quad (2.6)$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -\psi(t) + E(t) + I(t) - O(t) \quad . \quad (2.7)$$

onde I é a taxa de acréscimo de massa ao sistema (*infall*), devido ao fluxo externo (por exemplo, do halo galáctico), e O é a taxa de perda correspondente (*outflow*); ψ é a taxa de formação estelar e E é a taxa de ejeção de massa pelas estrelas. Em geral, *estrelas e remanescentes constituem uma mesma família de objetos*. No capítulo 5, sugerimos um modelo no qual os remanescentes aparecem dentro de uma classe de objetos do sistema distinta da das estrelas. Neste caso, as equações básicas são modificadas (ver também apêndice III).

Uma expressão viável para E é alcançada supondo-se a aproximação de **perda de massa súbita**: cada estrela de massa inicial m , depois de um tempo definido τ_m (tempo de vida das estrelas de massa m) perde toda a massa, que deveria ser perdida no decorrer de sua vida, em um único evento final; além disso, uma vez ejetado, o material é instantaneamente misturado de modo homogêneo no meio interestelar. Para Tinsley (1980), esta aproximação é válida para escalas maiores que 10^6 anos. De fato, acreditamos que, dentro das escalas de idade da Galáxia e do Universo, os 90% da vida estável das estrelas na seqüência principal do diagrama HR, para todos os efeitos práticos, não constituem fator de enriquecimento para o meio interestelar. Ainda, escalas menores que 10^6 anos estão associadas às escalas evolutivas de estrelas nas fases posteriores à seqüência principal, onde se verificam fenômenos importantes de perda de massa. Aí não podem ser desprezadas as dinâmicas específicas de ejeção e dissipação da nuvem de gás.

Considerando perda de massa súbita, seja $w(m)$ a massa remanescente nos processos finais da vida das estrelas de massa inicial m (que se mantém constante durante o intervalo τ_m). A massa total ejetada pela estrela é

$$Q_{ej}(m) = m - w(m) \quad . \quad (2.8)$$

O número de estrelas com massas no intervalo $(m, m + dm)$ que morrem no intervalo de tempo $(t, t + dt)$ é

$$\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm dt \quad (2.9)$$

e portanto a taxa de ejeção de massa devida às estrelas que morrem em t é

$$E(t) = \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m)\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm \quad , \quad (2.10)$$

onde m_t é a massa de desligamento (*turnoff*) da seqüência principal. Esta, segundo a formulação em Tinsley (1980), deve ser entendida como a menor massa associada ao ponto mais baixo de desligamento da seqüência principal em t (o *turnoff* mais baixo em t). Portanto, estrelas com massas m_t , que contribuem para a integral na eq.(2.10), morrem tão logo saem da seqüência principal. Se assumirmos que, na aproximação de perda de massa súbita, todas as estrelas que contribuem para a integral, em (2.10), morrem tão logo saem da seqüência principal, estaremos desprezando a escala da evolução posterior à esta, diante das escalas de interesse, e assumindo que os ventos estelares não contribuem para o enriquecimento do gás do meio interestelar.

Definindo $\mathcal{R}(t)$ como a fração de massa das estrelas formadas em t que retorna ao gás devido a morte das estrelas formadas em $(t - \tau_m)$ (ou, simplesmente, *fração de retorno*), temos que

$$\mathcal{R}(t) = \frac{1}{\psi(t)} \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \quad , \quad (2.11)$$

de tal forma que (2.10) pode ser escrita na forma

$$E(t) = \mathcal{R}(t)\psi(t) \quad , \quad (2.12)$$

e as equações (2.6) e (2.7), respectivamente,

$$\frac{dM_e(t)}{dt} = [1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t) \quad , \quad (2.13)$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -[1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t) + I(t) - O(t) \quad . \quad (2.14)$$

2.3. Evolução de abundâncias no meio interestelar

Mostramos, a seguir, as equações básicas de evolução de abundâncias nos modelos *sem refugos*. A hipótese de retenção de metais em objetos não estelares (modelo com refugos, capítulo 5) introduz modificações nas equações, como é demonstrado no apêndice III.

2.3.1. Equações gerais

Seja M_g^i a massa de i (onde i denota um nuclídeo, elemento ou família de elementos) no gás do meio interestelar, cuja massa é M_g . Admitindo um meio interestelar bem misturado por movimentos turbulentos, de tal forma que possa ser considerado aproximadamente homogêneo, é relevante definir a *abundância média de i* no gás

$$X^i = \frac{M_g^i}{M_g} \quad . \quad (2.15)$$

Uma equação geral para a taxa de variação da massa de i no gás pode ser escrita na forma

$$\frac{d[X^i(t)M_g(t)]}{dt} = \frac{dM_g^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) - X^i(t)\psi(t) + E^i(t) + X_I^i(t)I(t) - X^i(t)O(t) \quad , \quad (2.16)$$

onde P_g^i e D_g^i são taxas de produção e depleção líquidas de i no gás (ver capítulo 3), $X^i\psi$ é a taxa de retenção de massa de i devido à formação estelar, E^i é a taxa de ejeção de massa de i pelas estrelas, X_I^i é a abundância de i no material acrescido ao disco galáctico através do *infall* e X^iO é a taxa de perda de massa de i devido ao *outflow*.

Analogamente à equação (2.10), a taxa de ejeção de massa de i , na aproximação de perda de massa súbita, pode ser escrita na forma

$$E^i(t) = \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m, t)\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm + \int_{m_t}^{m_u} A^i(m, t)\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm \quad , \quad (2.17)$$

onde Q^i é a massa recém-convertida em i e ejetada, por uma dada estrela, e A^i é a massa de i pré-existente à época de formação da estrela, sobrevivente aos efeitos de *retenção durante a evolução estelar* (efeitos de *astração*, ver capítulo 4) e ejetada. Portanto, na equação acima, a primeira integral é a taxa de ejeção de massa de i recém-sintetizado e a segunda é a taxa de ejeção de massa de i não processado, devidas às estrelas que morrem em t . De um modo geral devemos considerar a dependência de Q^i e A^i na abundância estelar inicial (além da dependência na massa), que por sua vez depende do tempo e da posição na Galáxia. Entretanto, vamos considerar, como é usual, que a produção depende unicamente da massa estelar, ou seja, $Q^i = Q^i(m)$.

Na aproximação de perda de massa súbita, vamos definir o *yield* na forma

$$y^i(t) = \frac{1}{[1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t)} \int_{m_i}^{m_u} Q^i(m)\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm \quad , \quad (2.18)$$

onde \mathcal{R} é dado pela equação (2.11); ou seja, y^i é definida como a razão entre a massa total de i recém-produzido e ejetado e a massa líquida retida, devido à formação de estrelas e remanescentes. Assim, a equação (2.17) pode ser reescrita na forma

$$E^i(t) = y^i(t)[1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t) + \mathcal{R}_a^i(t)\psi(t) \quad , \quad (2.19)$$

onde

$$\mathcal{R}_a^i(t) = \frac{1}{\psi(t)} \int_{m_i}^{m_u} A^i(m,t)\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm \quad . \quad (2.20)$$

As determinações de Q^i e A^i , associadas respectivamente à produção e à depleção (capítulo 3), dependem dos modelos de evolução estelar. Nos capítulos 3 e 4, especulamos sobre as ambigüidades inerentes ao formalismo em geral utilizado, que podem mascarar o exato significado das taxas de produção e de depleção. No capítulo 4, derivamos uma equação para A^i , associada a processos de depleção estelar. Com este resultado, damos consistência matemática ao *yield* líquido [equação (4.18)] (utilizado no cálculo das produções estelares de núclídeos individuais), a partir de uma combinação das taxas de produção e depleção na equação (2.17), ou (2.19).

Utilizando a identidade

$$M_g \frac{dX^i}{dt} \equiv \frac{d(X^i M_g)}{dt} - X^i \frac{dM_g}{dt} \quad (2.21)$$

e as equações (2.14) e (2.16), podemos escrever a equação geral para a taxa de variação de abundância de i no meio interestelar:

$$M_g(t) \frac{dX^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) + E^i(t) - X^i(t)\mathcal{R}(t)\psi(t) + [X_I^i(t) - X^i(t)]I(t) \quad , \quad (2.22)$$

onde E^i , na aproximação de perda de massa súbita, é dada pela equação (2.19).

2.3.2. Equações para o conjunto dos metais e para radionuclídeos

A abundância do conjunto dos metais, ou *metalicidade*, é designada por $Z (= X^z)$. Neste trabalho, denominamos metais os *nuclídeos mais pesados que o B, excluindo os radionuclídeos*. Neste caso, podemos considerar a depleção e a produção nulas no meio interestelar [na equação (2.16), $D_g^z = P_g^z = 0$; ver também capítulo 3].

Neste ítem, designamos um dado radionuclídeo pela letra k . No caso dos radionuclídeos, as taxas de depleção e produção interestelar (D_g^k e P_g^k) são expressas, respectivamente, por $\lambda^k M_g^k$ e $\sum_l \lambda^l M_g^l$ e são devidas aos decaimentos de k e de nuclídeos pais l (os λ s são constantes de decaimento no gás, as quais se assumem como as de laboratório).

Assim, a equação (2.16) aplicada aos metais e radionuclídeos fica, respectivamente,

$$\frac{d[Z(t)M_g(t)]}{dt} = \frac{dM_g^z(t)}{dt} = -Z(t)\psi(t) + E^z(t) + Z_I(t)I(t) - Z(t)O(t) \quad , \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{d[X^k(t)M_g(t)]}{dt} = \frac{dM_g^k(t)}{dt} = & -\lambda^k M_g^k(t) + \sum_l \lambda^l M_g^l(t) - X^k(t)\psi(t) + E^k(t) \\ & + X_I^k(t)I(t) - X^k(t)O(t) \quad . \quad (2.24) \end{aligned}$$

As equações (3.9) e (4.15) em Tinsley (1980) para as taxas de ejeção de metais e radionuclídeos são, respectivamente,

$$E^z(t) = \int_{m_t}^{m_u} mp_{zm} \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + \int_{m_t}^{m_u} (m - w(m) - mp_{zm}) Z(t - \tau_m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \quad , \quad (2.25)$$

$$E^k(t) = \int_{m_t}^{m_u} mp_{km} \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + \int_{m_t}^{m_u} (m - w(m) - mp_{km}) X^k(t - \tau_m) \exp(-\lambda^k \tau_m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \quad , \quad (2.26)$$

onde $m - w(m) = Q_{ej}(m)$ [equação (2.8)], $mp_{zm} [= Q^z(m)]$ é a massa estelar convertida em metal e ejetada e λ^k é a constante de decaimento da espécie radioativa k . De acordo com Maeder (1992, seção 4), o termo mp_{zm} na segunda integral da equação (2.25) deve ser removido. Isto leva a algumas modificações em equações posteriores (ver discussões no ítem 2.4.2 e na seção 4.3). Comparando as equações acima com (2.17), temos, do ponto de vista de Tinsley (1980), que as massas de metais e radionuclídeos sobreviventes à abstração e ejetadas são, respectivamente,

$$A^z(m, t) = [Q_{ej}(m) - Q^z(m)] Z(t - \tau_m) \quad , \quad (2.27a)$$

$$A^k(m, t) = [Q_{ej}(m) - Q^k(m)] X^k(t - \tau_m) \exp(-\lambda^k \tau_m) \quad . \quad (2.27b)$$

Note que em (2.27b) não são levados em conta os efeitos de desvios do decaimento simples devidos às condições nos interiores estelares. Tais efeitos, considerados por Yokoi *et al.* (1983) e Malaney *et al.* (1989), levam a erros nas estimativas de idade para a Galáxia através dos radionuclídeos (ver introdução do capítulo 4). De fato, sob qualquer ponto de vista, as equações (2.27) são aproximações, que não levam em consideração, por exemplo, eventuais efeitos de depleção estelar sobre um dado metal. A importância de tais efeitos

estão indicados no próximo capítulo, no qual mostramos que a equação (3.10) em Tinsley (1980), para conservação de metais,

$$Z_e M_e + Z M_g = \int_0^t \int_{m_t'}^{\infty} m p_{zm} \psi(t' - \tau_m) \phi(m) dt' dm \quad , \quad (2.28)$$

onde Z_e é a abundância estelar média de metais, pode ser obtida a partir de uma equação geral para conservação de núclídeos, fazendo-se uma série de simplificações que incluem desprezar a depleção estelar.

2.4. Aproximações analíticas

2.4.1. A aproximação de reciclagem instantânea

Um caso particular da aproximação de perda de massa súbita (seção 2.2) é a chamada **aproximação de reciclagem instantânea**, na qual supomos que as estrelas, que contribuem significativamente para o enriquecimento do gás, têm tempos de vida $\tau_m \rightarrow 0$. Esta aproximação, está baseada na suposição de que, para escalas cosmológicas, as estrelas que sofrem nucleossíntese explosiva têm $\tau_m \ll T_G$, onde T_G é a idade da Galáxia (por exemplo, $\tau_m/T_G \approx 10^{-3}$, para estrelas com $m \sim 8M_{\odot}$). Neste caso, temos somente duas classes de estrelas: as que *vivem para sempre* e as que *morrem tão logo nascem*. Entretanto, vale observar que, nas equações básicas da evolução química, a aproximação acima equivale a considerar, na aproximação de perda de massa súbita, uma *taxa de formação estelar constante*, pois em ambos os casos teremos apenas $\psi(t)$ e não $\psi(t - \tau_m)$.

Assim, na aproximação de reciclagem instantânea, ou para uma taxa de formação estelar constante, as equações básicas (2.12) a (2.14) ficam, respectivamente,

$$E(t) = \mathcal{R}\psi(t) \quad , \quad (2.29)$$

$$\frac{dM_e(t)}{dt} = (1 - \mathcal{R})\psi(t) \quad , \quad (2.30)$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -(1 - \mathcal{R})\psi(t) + I(t) - O(t) \quad , \quad (2.31)$$

onde, pela equação (2.11),

$$\mathcal{R} = \int_{m_i}^{m_u} Q_{ej}(m)\phi(m)dm \quad , \quad (2.32)$$

ou seja, a fração de retorno independente do tempo, \mathcal{R} , é definida, simplesmente, como a fração de massa estelar que retorna instantaneamente ao gás. Ainda, a equação para a taxa de variação de abundância de i no gás, equação (2.22), fica

$$M_g(t)\frac{dX^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) + E^i(t) - X^i(t)\mathcal{R}\psi(t) + [X_J^i(t) - X^i(t)]I(t) \quad , \quad (2.33)$$

onde \mathcal{R} é dada por (2.32) e, pelas equações (2.18) e (2.20), a taxa de ejeção de massa de i é

$$E^i(t) = y^i(1 - \mathcal{R})\psi(t) + \mathcal{R}_a^i(t)\psi(t) \quad , \quad (2.34)$$

onde

$$y^i = \frac{1}{1 - \mathcal{R}} \int_{m_i}^{m_u} Q^i(m)\phi(m)dm \quad , \quad (2.35)$$

$$\mathcal{R}_a^i(t) = \int_{m_i}^{m_u} A^i(m, t)\phi(m)dm \quad . \quad (2.36)$$

Portanto o *yield*, y , é definido simplesmente como *massa produzida e ejetada, por unidade de massa retida em remanescentes e estrelas que vivem para sempre*. Evidentemente, pela

equação (2.32), $(1 - \mathcal{R})$ é a fração de massa estelar retida em estrelas e remanescentes. A equação geral para A^i é assunto do capítulo 4. Vamos tratar, a seguir, das equações para evolução dos metais, na aproximação de reciclagem instantânea.

2.4.2. Evolução da metalicidade

De acordo com o item 2.3.2 (para os metais: $P_g^z = D_g^z = 0$ e $\lambda = 0$), podemos escrever a equação (2.33) na forma

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dt} = E^z(t) - Z(t)\mathcal{R}\psi(t) + [Z_I(t) - Z(t)]I(t) \quad , \quad (2.37)$$

onde

$$E^z(t) = y^z(1 - \mathcal{R})\psi(t) + R_a^z(t)\psi(t) \quad . \quad (2.38)$$

Utilizando as equações (2.27a) e (2.36), temos, na aproximação de reciclagem instantânea e do ponto de vista de Tinsley (1980)

$$\mathcal{R}_a^z(t) = \int_{m_i}^{m_u} [Q_{ej}(m) - Q^z(m)] Z(t)\phi(m)dm \quad . \quad (2.39a)$$

As equações (2.32), (2.35) e (2.39a) fornecem

$$\mathcal{R}_a^z(t) = Z(t)\mathcal{R} - Z(t)y^z(1 - \mathcal{R}) \quad , \quad (2.39b)$$

e portanto (2.38) fica

$$E^z(t) = [1 - Z(t)] y^z(1 - \mathcal{R})\psi(t) + Z(t)\mathcal{R}\psi(t) \quad . \quad (2.40a)$$

Considerando, para todos os efeitos práticos, que $Z \ll 1$, reescrevemos a equação acima na forma

$$E^z(t) = y^z(1 - \mathcal{R})\psi(t) + Z(t)\mathcal{R}\psi(t) \quad . \quad (2.40b)$$

Substituindo (2.40b) nas equações (2.23) e (2.37), e tomando uma metalicidade média do *infall*, Z_I , podemos escrever as equações para a taxa de variação de massa de metais e para a evolução da metalicidade na aproximação de reciclagem instantânea, respectivamente,

$$\frac{d[Z(t)M_g(t)]}{dt} = -Z(t)(1 - \mathcal{R})\psi(t) + y^z(1 - \mathcal{R})\psi(t) + Z_I I - Z(t)O(t) \quad , \quad (2.41a)$$

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dt} = y^z(1 - \mathcal{R})\psi(t) + [Z_I - Z(t)]I(t) \quad , \quad (2.41b)$$

[onde \mathcal{R} é dado pela equação (2.32)] que são, respectivamente, as equações (3.18) e (3.19) em Tinsley (1980), quando se toma uma taxa nula de *outflow*.

Note que considerar $Z \ll 1$ na equação (2.40a), equivale matematicamente a considerar desprezíveis, o segundo termo à direita na equação (2.39b) e ZQ^z na equação (2.39a); ou ainda, a partir de (2.27a), a tomar $A^z = ZQ_{ej}$. Com isto, estamos admitindo que a massa de metais inicialmente presente na formação estelar não é alterada.

2.4.3. Soluções analíticas e distribuição cumulativa de metalicidade

A partir do trabalho de Schmidt (1963) apareceu na literatura uma grande quantidade de modelos de evolução química que descrevem a evolução da metalicidade no meio interestelar. Rocha-Pinto (1993) apresenta uma descrição bastante ampla dos modelos que

tentam reproduzir a distribuição de metalicidade das anãs G no disco da Galáxia. As dificuldades encontradas neste empreendimento deram origem ao chamado *problema das anãs G*.

No que se segue, vamos resumir os resultados de apenas três modelos clássicos: o simples (Schmidt, 1963), o com *infall* extremo (Larson, 1972) e o com *yield* variável (Pagel e Patchett, 1975). Tal escolha deve-se à simplicidade teórica e aos resultados, que consideramos significativos para as discussões nos capítulos 5 e 6. Os modelos citados têm *em comum* as seguintes suposições básicas:

- a taxa de *outflow* é nula;
- a metalicidade inicial é nula;
- o meio interestelar é homogêneo;
- vale a aproximação de reciclagem instantânea.

As suposições *específicas* em cada modelo, bem como as soluções associadas, são descritas a seguir.

a) O modelo simples de Schmidt (1963).

Neste modelo considera-se, além das suposições anteriores:

- a função de massa inicial constante;
- a taxa de *infall* nula.

A primeira suposição acima implica [das equações (2.32) e (2.35) e dado que a produção $Q^i(m)$ é unicamente determinada pela massa] uma fração de retorno e um *yield* constantes. A segunda implica, juntamente com a suposição de *outflow* nulo, um sistema fechado com massa total constante [ou seja, da equação (2.5), $dM/dt = 0$]. Neste caso, as equações (2.31) e (2.41) ficam, respectivamente,

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -(1 - \mathcal{R})\psi(t) \quad , \quad (2.42a)$$

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dt} = y^z (1 - \mathcal{R})\psi(t) \quad , \quad (2.42b)$$

as quais, divididas membro a membro, fornecem

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dM_g(t)} = -y^z \quad , \quad (2.42c)$$

cuja solução em geral é dada em termos da fração de massa do gás

$$\mu(t) \equiv \frac{M_g(t)}{M} \quad , \quad (2.43)$$

onde M é a massa total constante. Assim, a solução de (2.42c) fica

$$Z(\mu) = y^z \ln \mu^{-1} \quad . \quad (2.44)$$

b) O modelo com *infall* extremo de Larson (1972).

Considera-se, além das suposições iniciais:

- a função de massa inicial constante;
- uma taxa de formação estelar, ψ , balanceada por uma taxa de *infall*, tal que $I = (1 - \mathcal{R})\psi$, onde \mathcal{R} é a fração de retorno [equação (2.32)].

Neste caso, da equação (2.5), temos

$$\frac{dM(t)}{dt} = (1 - \mathcal{R})\psi(t) \quad , \quad (2.45a)$$

e, da equação (2.31), temos que $dM_g/dt = 0$. Dividindo (2.41b) por (2.45a), temos

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dM} = y^z + [Z_I - Z(t)] \quad . \quad (2.45b)$$

Larson assume a metalicidade do *infall* nula ($Z_I = 0$). Assim a equação acima tem solução

$$Z(\nu) = y^z(1 - e^\nu) \quad , \quad (2.45c)$$

onde

$$\nu(t) = \frac{M - M_g(t)}{M_g(t)} \quad . \quad (2.45d)$$

c) O modelo com *yield* variável de Pagel e Patchett (1975).

Neste modelo, que é um variante do modelo simples, considera-se, além das suposições iniciais:

- a função de massa inicial variável [segundo suposição de Schmidt (1963)];
- uma taxa de formação estelar diferenciada para estrelas de grande e pequena massa;
- a taxa de *infall* nula.

Os autores sugerem um *yield* variável da forma $y \simeq y^z \mu^q$, onde q é uma constante e μ é definido por (2.43). Substituindo, na equação (2.42c), y^z pelo *yield* definido acima e usando (2.43), temos

$$Z(\mu) = \frac{y^z}{q}(1 - \mu^q) \quad . \quad (2.46)$$

Um parâmetro frequentemente utilizado nos modelos de evolução química da Galáxia é a **distribuição cumulativa de metalicidade**, $S(Z)$, que é a fração de estrelas que têm metalicidade menor que um dado valor Z , ou seja,

$$S(Z) \equiv \frac{M_e(Z)}{M_{e1}} = \frac{1 - \mu(Z)}{1 - \mu_1} \quad , \quad (2.47)$$

onde M_e é a massa total das estrelas e remanescentes (seção 2.2) e os sub-índices 1 referem-se a valores atuais; a última igualdade é obtida das equações (2.4) e (2.43).

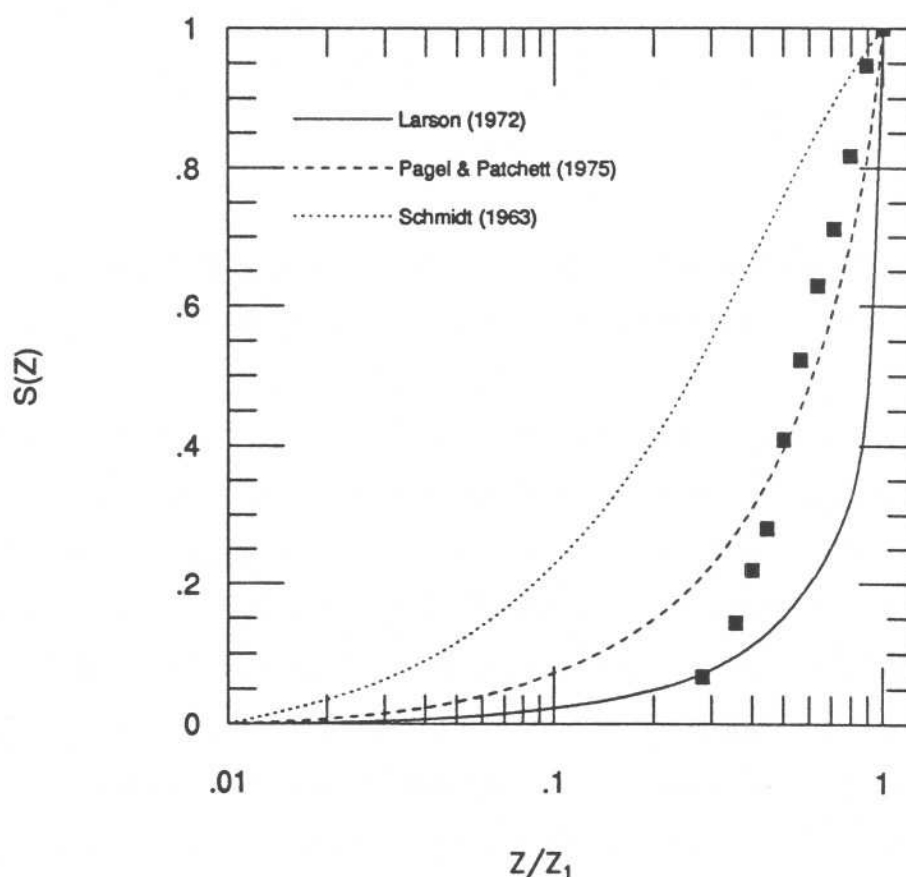


Figura 2.1 - Distribuição cumulativa de metalicidade, $S(Z)$, para os modelos de Schmidt (1963), Pagel e Patchett (1975) e Larson (1972) (ver texto). Os quadrados representam os dados para as anãs G, a partir de Pagel (1989a). $S(Z)$ está normalizada, tal que $S = 1$ para $Z = Z_1$.

As distribuições cumulativas de metalicidade para os três modelos, **a**, **b** e **c**, são, respectivamente,

$$S_a(Z) = \frac{1 - \mu_1^{Z/Z_1}}{1 - \mu_1} , \quad (2.48a)$$

$$S_b(Z) = \frac{1 - \left[1 + \ln \left| 1 - \frac{Z}{Z_1} (1 - \exp \nu_1) \right| \right]^{-1}}{1 - (\nu_1 + 1)^{-1}} , \quad (2.48b)$$

$$S_c(Z) = \frac{1 - \left[1 - \frac{Z}{Z_1} (1 - \mu_1^q) \right]^{1/q}}{1 - \mu_1} , \quad (2.48c)$$

e estão representadas na figura 2.1, juntamente com os dados das anãs G (Pagel, 1989a) tal como descrito no ítem 5.2.4 [ver também Rocha-Pinto (1993) para maiores detalhes].

Os modelos **a** e **b** podem ser tomados como limites para as famílias de modelos que descrevem a distribuição cumulativa de metalicidade das anãs G. O primeiro, não tem nenhum mecanismo de redução da taxa de enriquecimento, enquanto que no segundo o *infall* é o único responsável por tal redução. O modelo de Larson (1972) tem como finalidade verificar o efeito de *infall* com base em equações bastante simplificadas. Uma taxa de *infall* mais realista que a de Larson (capítulo 6) tem um efeito análogo ao do modelo com refugos (capítulo 5), que é a diluição do meio interestelar, atenuando o enriquecimento, que por sua vez está associado ao *yield*. Assim, tal efeito de diluição também é produzido por um *yield* decrescente no tempo tal como o do modelo **c**. Particularmente, vale notar que a equação (5.16) do modelo com refugos, e no caso da metalicidade inicial nula, tem forma análoga à da equação (2.46) do modelo **c**, que é, justamente, o melhor ajuste entre os modelos apresentados neste ítem.

CAPÍTULO 3

Produção e Depleção *

Utilizamos a palavra depleção no sentido de “desaparecimento”. Entretanto, isto deve ser entendido em função do local astrofísico e do conjunto de processos que estamos tratando. Por exemplo, a depleção de elementos pré-existentes (à época da formação das estrelas) durante a evolução estelar, necessariamente implica a depleção destes elementos no gás, quando este é acrescido pelo material ejetado pelas estrelas. Por outro lado, se acreditamos que o gás é paulatinamente enriquecido de um dado elemento ao longo da vida da Galáxia, então a produção deste elemento é maior que sua depleção.

Apresentamos equações gerais para as taxas de produção e depleção no contexto de uma equação geral de conservação de núclídeos na Galáxia. Mostramos que a equação de conservação de metais em Tinsley (1980) pode ser obtida quando se adota um conjunto de hipóteses simplificadoras. Ainda, mostramos que as suposições básicas normalmente utilizadas para o conjunto dos metais, baseadas em Tinsley, podem levar a erros se as aplicarmos no estudo da evolução de *um dado metal*, afetando sua massa total. Uma estimativa para este efeito em nebulosas planetárias tipo I resulta em uma massa total de O até 30% menor que a prevista pela mencionada equação de Tinsley.

* Este capítulo é, com poucas modificações, o artigo *The Production and Depletion Rates in Models for the Chemical Evolution of the Galaxy*, escrito com a colaboração de Walter J. Maciel (IAG/USP) e que foi submetido à *Astrophys. Space Sci.*

3.1. Equação geral de conservação de massa

Sejam M_e^i e M_g^i as massas totais de um dado nuclídeo i nas estrelas e no gás do meio interestelar. A massa total de i no sistema é

$$M^i(t) = M_e^i(t) + M_g^i(t) \quad . \quad (3.1)$$

Esta equação é modificada quando se considera o modelo com refugos (Rocha-Pinto *et al.*, 1994; ver capítulo 5 e apêndice III). Note que i pode representar, além de um dado nuclídeo ou elemento, uma família de elementos, tal como a dos metais.

Uma equação geral de conservação de massa de i no sistema pode ser escrita na forma

$$\frac{dM^i(t)}{dt} = P_e^i(t) + P_g^i(t) - D_e^i(t) - D_g^i(t) + I^i(t) - O^i(t) \quad , \quad (3.2)$$

onde P_e^i e P_g^i são as taxas de conversão de massa de outra espécie (que não i) em massa da espécie i , nas estrelas e no gás; D_e^i e D_g^i são as taxas de conversão de massa da espécie i em massa de outra espécie, nas estrelas e no gás; I^i é a taxa de acréscimo de massa de i associada ao *infall*, e O^i é a taxa de perda correspondente, devida ao *outflow*. Para simplificar, referimo-nos à P e D simplesmente como taxas de produção e depleção.

A taxa de depleção D_e^i compreende:

- a) a taxa de depleção da espécie i pré-existente na estrela e
- b) a taxa de depleção de i nos remanescentes.

Incluimos a taxa de depleção de i recém sintetizado na taxa de produção, de tal forma que P_e^i é, de fato, uma taxa líquida. Ainda, ignoramos processos de produção e depleção

de elementos que participam de cadeias de reações como catalisadores. Portanto, D_e^i é, também, uma taxa líquida.

3.2. A taxa de produção estelar

A taxa de produção, $P_e^i(t)$, é uma integral na qual estão incluídas todas as estrelas que, no instante de tempo t , contribuem para a síntese líquida de massa de i . Definimos $t' = t'(t, m)$ como o instante de nascimento de cada estrela de massa m do conjunto acima citado, na aproximação de perda de massa súbita (ver seção 2.2). Sendo τ_m o tempo de vida de uma estrela de massa m , durante uma fração inicial f de τ_m não ocorre nenhuma produção do elemento i . Tipicamente para os metais temos $f \sim 0,9$, que é a fração do tempo de vida estelar na seqüência principal. Portanto, a fim de computarmos a produção de i , devido às estrelas de massa m , devemos considerar aquelas estrelas nascidas no intervalo de tempo $t - \tau_m < t' < t - f\tau_m$. Por outro lado, devemos integrar todas as massas estelares no intervalo de m_{pi} , que é a massa estelar mínima capaz de produzir i , até m_u , que é a massa máxima estelar. Assim, a taxa de produção estelar pode ser escrita na forma

$$P_e^i(t) = \int_{m_{pi}}^{m_u} \int_{t-\tau_m}^{t-f\tau_m} \theta_m^i(t, t') \psi(t') \phi(m) dt' dm \quad , \quad (3.3)$$

onde $\theta_m^i(t, t')$ é a taxa de conversão líquida de massa estelar em massa do elemento i , em uma estrela de massa m nascida em t' (Arany-Prado e de la Reza, 1992). ψ e ϕ são a taxa de formação estelar e a função de massa inicial (ver seção 2.1).

3.3. A taxa de depleção estelar

A equação geral para a taxa de depleção estelar tem a forma

$$D_e^i(t) = \int_{m_{di}}^{m_u} \int_0^t \beta_m^i(t, t') \psi(t') \phi(m) dt' dm + D_r^i(t) \quad (3.4)$$

onde m_{di} é a massa estelar mínima para depleção de i , $\beta_m^i(t, t')$ é a taxa de conversão líquida da massa estelar de i pré-existente para massa de outra espécie, em uma estrela de massa m , nascida em t' ; e D_r^i é a taxa de depleção nos remanescentes. Dado que os remanescentes, uma vez formados, não contribuem, aprecialmente, para o enriquecimento do meio interestelar, considerações acerca da forma de D_r^i não constituem um problema crucial para os modelos de evolução química.

Podemos simplificar a equação acima se considerarmos somente os metais (nuclídeos mais pesados que o B, excluindo os radionuclídeos), para os quais (3.4) pode ser escrito na forma

$$D_e^i(t) = \int_{m_{di}}^{m_u} \int_{t-\tau_m}^{t-g\tau_m} \beta_m^i(t, t') \psi(t') \phi(m) dt' dm + D_r^i(t) \quad , \quad (3.5)$$

onde g é a fração inicial de τ_m durante a qual não há depleção da espécie i . Para os metais, podemos considerar $g = f$.

3.4. Uma equação simplificada para a conservação de metais

A fim de deduzir a equação de conservação de metais em Tinsley (1980) [equação (2.28)], faremos algumas suposições simplificadoras:

(i) Assumindo que o intervalo de tempo na equação (3.3) $(1-f)\tau_m \ll t$, a taxa de formação estelar pode ser considerada aproximadamente constante, de tal forma que podemos considerar $\psi[t'(m, t)] \approx \psi(t - \tau_m)$. Então a equação (3.3) fica

$$P_e^i(t) = \int_{m_{pi}}^{m_u} \left[\int_{t-\tau_m}^{t-f\tau_m} \theta_m^i(t, t') dt' \right] \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \quad . \quad (3.6)$$

Na equação acima o termo entre colchetes fornece a massa líquida convertida à espécie i , em uma estrela de massa m , durante toda sua vida. Este termo compreende a massa de i ejetada, $Q^i(m, t)$, e a massa $N^i(m, t)$, retida no remanescente estelar. Temos, portanto, que

$$P_e^i(t) = \int_{m_t}^{m_u} \left[Q^i(m, t) + N^i(m, t) \right] \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \quad . \quad (3.7)$$

O limite inferior da integral, m_{pi} , foi substituído pela massa de *turnoff*, m_t (seção 2.2), uma vez que os termos no integrando são relativos às estrelas que, na aproximação de perda de massa súbita, estão ejetando em t . Escrevemos as dependências $Q^i = Q^i(m, t)$ e $N^i = N^i(m, t)$ para tornarmos a equação (3.7) mais geral (comparar com o ítem 2.3.1).

(ii) Vimos na seção 3.3 que, para metais, a taxa de depleção estelar pode ser simplificada [equação (3.5)], em uma forma análoga a da taxa de produção [equação (3.3)]. Portanto, podemos utilizar, para os metais, um raciocínio análogo ao do ítem (i) acima. Assim, podemos escrever, de forma análoga a da equação (3.7),

$$D_e^i(t) = \int_{m_t}^{m_u} J^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + D_r^i(t) \quad , \quad (3.8)$$

onde $J^i(m, t)$ é a massa total líquida de i que foi convertida em massa de outra espécie, na estrela de massa m , nascida em $(t - \tau_m)$. No capítulo 4, fornecemos uma expressão para J^i

[equação (4.13)] e no apêndice II, mostramos a consistência entre as equações (3.5), (3.8) e (4.13).

(iii) Exceto para os elementos leves: ${}^6\text{Li}$, ${}^9\text{Be}$, ${}^{10}\text{B}$, e ${}^{11}\text{B}$, que são produzidos por processos de *spallation* de átomos interestelares por raios cósmicos (ver, por exemplo Audouze, 1986), e para os radionuclídeos, não há produção nem depleção no meio interestelar, de tal forma que P_g^i e D_g^i são, em geral, desprezíveis.

(iv) Modelos recentes para a evolução química da Galáxia têm chamado a atenção para a importância do *infall* (Tosi, 1988, 1990, 1991; Maciel and Köppen, 1993; Chiappini and Maciel, 1993). Contudo, a composição química do *infall* pode ser desprezada, para muitas espécies. Mais ainda, o modelo simples (item 2.4.2) considera o *infall* e o *outflow* nulos. Portanto, para simplificar, consideremos $I^i = O^i = 0$ na equação (3.2).

(v) Considerando as aproximações acima, a equação (3.2) fica

$$\frac{dM^i(t)}{dt} = P_e^i(t) - D_e^i(t) \quad , \quad (3.9)$$

de tal forma que, integrando, temos

$$M^i(t) = \int_0^t \left[P_e^i(t') - D_e^i(t') \right] dt' \quad . \quad (3.10)$$

Assumindo, agora, a hipótese bastante implausível de que a taxa de depleção estelar é idêntica à taxa na qual a massa de i recém sintetizado é aprisionada nos remanescente [ver equação (3.7)], ou seja,

$$D_e^i(t) = \int_{m_t}^{m_u} N^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \quad , \quad (3.11)$$

temos, das equações (3.7), (3.10) e (3.11), que

$$M^i(t) = \int_0^t \int_{m_i}^{m_u} Q^i(m, t) \psi(t' - \tau_m) \phi(m) dm dt' \quad , \quad (3.12)$$

que é a equação de conservação em Tinsley (1980) [equação (2.28)], quando i representa o conjunto dos metais, uma vez que Q^i é idêntico ao produto mp_{zm} e a massa total de metais do sistema $M^i = Z_e M_e + Z M_g$ (ver ítem 2.3.2).

3.5. Efeitos sobre a massa total

Uma equação de conservação que leve em consideração todos os mecanismos de produção e depleção deve ser da forma (3.2). Enquanto que os processos de *infall*, *spallation* e decaimento radioativo são bastante evidentes, deve-se notar que os cálculos das taxas de produção e depleção, através das equações (3.3) e (3.4), devem introduzir algumas discrepâncias, se descartarmos as simplificações feitas no ítem (v). Desta forma, torna-se interessante investigar as diferenças entre os resultados produzidos pela equação (3.12) e aqueles produzidos pela equação (3.10), com as taxas de produção e depleção definidas pelas nossas equações (3.7) e (3.8).

Vamos denominar $M_{T_i}^i$ [onde o sub-índice refere-se à Tinsley(1980)], a massa total de i , obtida pela equação (3.12), e M^i a quantidade correspondente, obtida pela equação (3.10). Podemos escrever que

$$\frac{M^i(t)}{M_{T_i}^i(t)} = 1 + \delta^i(t) \quad , \quad (3.13)$$

onde definimos

$$\delta^i(t) \equiv \frac{\int_0^t \int_{m_t}^{m_u} N^i(m, t') \psi(t' - \tau_m) \phi(m) dm dt' - \int_0^t D_e^i(t') dt'}{\int_0^t \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m, t') \psi(t' - \tau_m) \phi(m) dm dt'} . \quad (3.14)$$

Certamente, se assumirmos a simplificação dada pela equação (3.11), teremos $\delta^i = 0$ e $M^i = M_{T_i}^i$. Em vez disto, vamos considerar $D_e^i(t)$ dada pela equação (3.8), tomando, para simplificar, a taxa de depleção nos remanescentes idêntica à taxa na qual a massa de i recém sintetizado é aprisionada nos remanescente. Temos então

$$D_e^i(t) = \int_{m_t}^{m_u} J^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + \int_{m_t}^{m_u} N^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm . \quad (3.15a)$$

A equação acima pode ser escrita na forma

$$D_e^i(t) = \alpha^i \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + \int_{m_t}^{m_u} N^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm , \quad (3.15b)$$

onde introduzimos o parâmetro $\alpha^i > 0$:

$$\alpha^i = \frac{\int_{m_t}^{m_u} J^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm}{\int_{m_t}^{m_u} Q^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm} , \quad (3.16)$$

(o qual assumimos como independente do tempo), que é a razão entre a massa total de i depletada nas estrelas (exceto nos remanescentes) e a massa total de i produzida e ejetada. Substituindo (3.15b) em (3.14), temos

$$\delta^i = -\alpha^i , \quad (3.17)$$

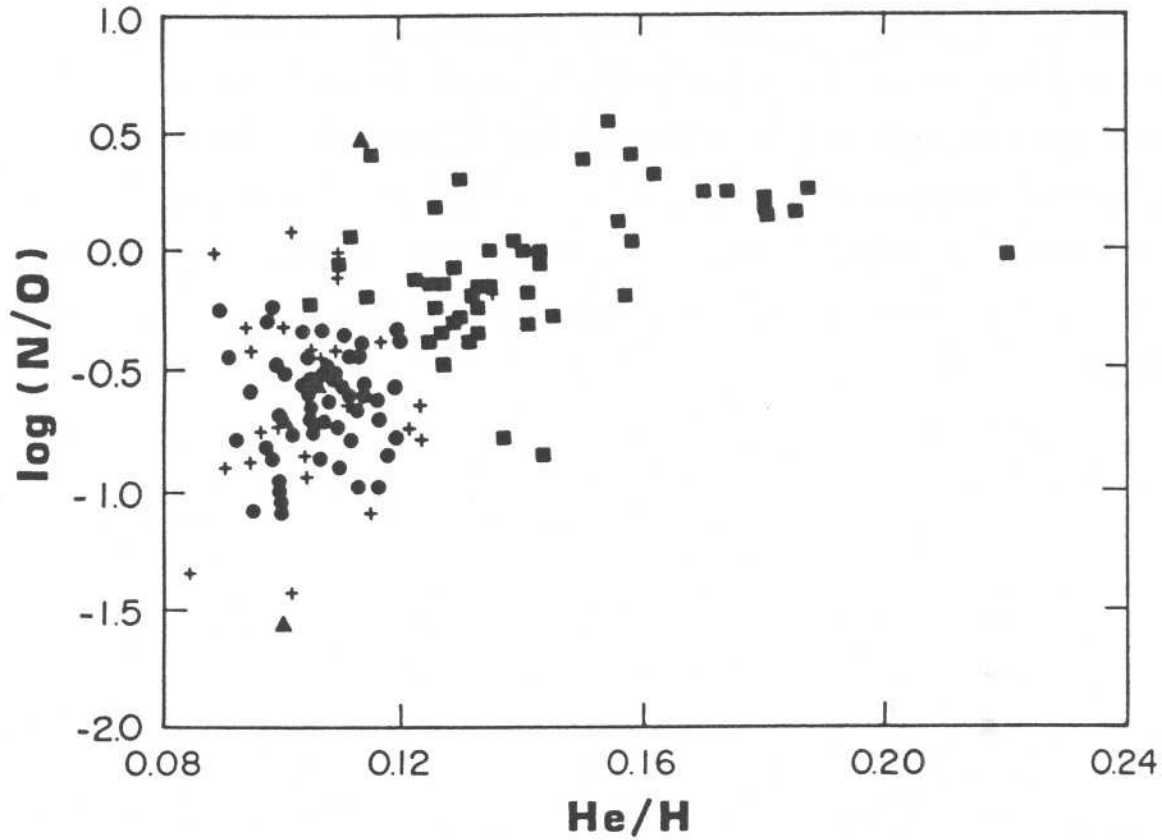


Figura 3.1 - $\log(N/O)$ como função de He/H . Nebulosas tipo I: quadrados; tipo IIb: círculos; tipo III: cruces; tipo IV: triângulos (Maciel 1992b).

ou seja, um α^i crescente é acompanhado de um decréscimo da razão M^i/M_{Ti}^i , pelo mesmo fator. Para o conjunto dos metais em um estrela (no final da vida), J^i é a massa total que foi convertida em prótons, nêutrons, etc., que pode ser desprezada se compararmos com a massa total que contribuiu para a síntese de metais. Neste caso, podemos considerar $\alpha^i \simeq \delta^i \simeq 0$. Consequentemente, as equações no ítem 2.4.2 (nas quais a depleção estelar é desprezada) representam adequadamente a evolução para o conjunto dos metais, na aproximação de

reciclagem instantânea. Entretanto, para um dado metal, tal como o O, α^i pode ser maior, devido ao ciclo ON em estrelas de massas $2 < M(M_{\odot}) < 8$, que são progenitoras de nebulosas planetárias de tipo I (cf. Maciel and Köppen, 1994)[†]. Podemos fazer uma estimativa grosseira deste efeito, levando em consideração a relação entre as razões de abundâncias de N/O e de He/H, a partir da qual pode ser observado um excesso da razão N/O em algumas nebulosas planetárias do tipo I. Podemos estabelecer um limite superior para este excesso, a partir dos resultados de Maciel (1992b) (ver figura 3.1). Concluimos que a razão média de N/O pode crescer por um fator $\lesssim 3$, devido ao ciclo ON, de tal forma que temos $\delta^i \lesssim -1/3 \simeq -0,3$ e, conseqüentemente, a razão de massas (3.13) será reduzida, tal que $M^i(t)/M_{T_i}^i(t) \gtrsim 0,7$.

[†] As nebulosa planetárias tipo I apresentam as maiores razões He/H e N/O e algumas apresentam depleção em suas razões O/H. Isto é um sintoma da dragagem (*dredge-up*) do material processado no ciclo ON (Dopita 1991).

CAPÍTULO 4

Astração

Denominamos **astração** o processo de retenção de material do gás do meio interestelar, nas estrelas, durante a evolução estelar.

Analizamos os possíveis destinos de um dado nuclídeo durante a evolução estelar, a fim de definir matematicamente um parâmetro de astração que é utilizado na estimativa da massa da espécie reciclada pelas estrelas. Considerando o efeito de destruição do Th por reações fotonucleares discutido em Malaney *et al.* (1989), tomando as suposições do chamado modelo simples e supondo uma taxa de formação linearmente dependente da massa do meio interestelar, derivamos a equação para evolução de abundância de um dado nuclídeo. Com este modelo, traçamos a evolução da razão Th/Eu em função da metalicidade.

4.1. Introdução

Na formação estelar, algum material produzido em gerações anteriores é absorvido pelas proto-estrelas. Devido à astração, os elementos sofrem influência do meio estelar até serem rejeitados. Nos modelos de evolução química, é necessário considerar esta massa reciclada pelas estrelas; ou seja, é necessário explicitar a massa sobrevivente à astração e ejetada [ítem 2.3.1, ver equações (2.17) a (2.20)]. Para isto, utilizam-se parâmetros que, em geral, não são definidos de forma matematicamente explícita [*e.g.* Yokoi *et al.* (1983), Malaney *et al.* (1989), Brown (1992)].

No sentido de melhorar as determinações de idades através de nucleocronômetros (ver capítulo 1), Yokoi *et al.* (1983) desenvolveram um modelo que leva em conta os efeitos da astração, que pode alterar a abundância do ^{187}Re devido a um aumento de sua constante de decaimento com as temperaturas estelares. Malaney *et al.* (1989) mostraram que a destruição do Th por reações fotonucleares aumenta em 30% a idade galáctica estimada pelo par Th/Nd. Brown (1992) construiu modelos numéricos para reproduzir as abundâncias do ^7Li , do D e do ^9Be , em função da metalicidade e do tempo. Tais trabalhos têm em comum a análise da evolução de abundâncias de isótopos, reconhecidamente afetadas pela astração. Aí, são utilizados os parâmetros: χ^a , $(1 - \xi)$ e A_i [nas respectivas equações (12), (17) e (3.8) dos trabalhos citados], que têm o mesmo significado físico. Entretanto, a forma não matemática das definições dadas pelos autores não permite que a identidade entre os parâmetros seja reconhecida de imediato.

Neste capítulo, a partir de uma análise genérica dos possíveis destinos de um dado nuclídeo durante a evolução estelar (na aproximação de perda de massa súbita), sugerimos uma expressão para tal parâmetro, designado por $\Lambda = 1 - \xi$, onde ξ , denominado *função de destruição*, é idêntico ao parâmetro de Malaney *et al.* (1989). Nossa definição de Λ (ou ξ) contém, explicitamente, parâmetros estelares.

Nosso objetivo é obter uma equação para a massa de i pré-existente à época de formação de uma estrela, que sobreviveu aos efeitos de astração e foi ejetada, $A^i(m, t)$ nas equações (2.17) e (2.20). Para isto, vamos assumir, como no capítulo 3, que *somente o material pré-existente pode ser afetado pela astração* (ou seja, sofre depleções no meio estelar diferenciadas das do meio interestelar). Isto é consistente com as definições das *taxas líquidas* de depleção e produção, na seção 3.1.

Vamos assumir que inicialmente cada estrela tenha uma distribuição uniforme de material, uma vez que estamos admitindo um meio interestelar bem misturado. Podemos,

então, definir a massa inicial de i à época de formação em uma estrela de massa m , na aproximação de perda de massa súbita, na forma

$$m_{ini}^i(m, t - \tau_m) \equiv m X^i(t - \tau_m) \quad , \quad (4.1)$$

onde $X^i(t - \tau_m)$ é a abundância de i no meio interestelar àquela época. Eventualmente, uma fração desta massa sofrerá depleção, restando, no final da vida da estrela, uma massa sobrevivente à astração. Evidentemente, para a estrela como um todo, a diferença entre a massa inicial e a sobrevivente, é a massa total depletada na estrela. Entretanto, como mostramos a seguir, quando se trata de apenas uma parte da estrela, tal como a parte ejetada, a diferença acima citada (para esta parte) torna-se mais complexa, devido a processos de troca entre partes que não são igualmente uniformes, durante a evolução estelar. Nosso objetivo é, portanto, encontrar uma expressão para a massa $A^i(m, t)$, definida no capítulo 2, que leve em consideração as possíveis trocas do material primitivo com regiões onde os processos de depleção tenham ocorrido de forma diferenciada.

4.2. A função de destruição

Nossa demonstração parte de *três suposições básicas*:

- 1) baseado na suposição de perda de massa súbita, podemos dividir qualquer estrela de massa m em um número de elementos de massa dm . Assumimos que dm tenha uma massa constante. Adicionalmente, supomos que o volume que o contém seja pequeno em relação às dimensões estelares, porém grande o bastante para conter um número elevado de partículas. Com isto, podemos aceitar propriedades locais de continuidade e homogeneidade;
- 2) baseado na hipótese de distribuição inicial uniforme, cada elemento de massa deve conter a mesma quantidade inicial de i . Da identidade (4.1) podemos escrever tal quantidade na forma

$$dm_{ini}^i(dm, t - \tau_m) = dm X^i(t - \tau_m) \quad ; \quad (4.2)$$

3) na suposição de perda de massa súbita, o instante de morte de uma estrela é definida no instante em que cessam todos os processos de síntese [somente a partir deste instante pode-se determinar a massa sobrevivente à astração e ejetada, $A^i(m, t)$]. Para este instante, definimos o vetor posição \vec{r} em coordenada esféricas (r, θ, ϕ) com origem no centro da estrela, de tal forma que cada elemento de massa, *no final da vida da estrela*, pode ser identificado por $dm = dm(\vec{r}, m)$.

Para o instante de morte definido em (3), podemos dividir a estrela em regiões, cujas massas são definidas por equações da forma

$$\Delta m_v(m) = \int_v dm(\vec{r}, m) \quad , \quad (4.3)$$

onde v designa uma dada região e a integral é uma soma nos elementos de massa que a constituem.

Devemos considerar, em um dado elemento de massa, as possíveis depleções e trocas de massa com elementos vizinhos, durante toda a vida estelar. Para isto, vamos definir:

$\Rightarrow dm_{flu}^i$, como a diferença líquida entre a massa de i que saiu do elemento de massa e a que entrou no elemento (é um termo de fluxo). Se esta diferença for positiva, o resultado final, no elemento de massa, é uma diluição local de i causada por depleção externa ao elemento de massa; se for negativa, a diferença equivale a um enriquecimento que compensa a depleção local;

$\Rightarrow dm_{dep}^i$, como a massa de i (tanto a inicial em dm quanto a proveniente de elementos de massa vizinhos) que foi depletada *no elemento de massa* dm .

Estes parâmetros dependem de \vec{r} , dm , τ_m e da abundância inicial de i . Assumindo a aproximação de perda de massa súbita, e que o tempo de vida estelar é unicamente determinada pela massa inicial m , então a dependência em τ_m deve ser considerada como uma dependência na massa m . Ainda, vamos indicar a dependência na abundância inicial,

apenas pela dependência temporal. Então, das suposições básicas, e das definições acima, podemos escrever que a massa de i sobrevivente à ablação em um elemento de massa é

$$dm_{old}^i(\vec{r}, dm, m, t) = dm_{ini}^i(dm, t - \tau_m) - dm_{dep}^i(\vec{r}, dm, m, t) - dm_{flu}^i(\vec{r}, dm, m, t) \quad , \quad (4.4a)$$

tal que

$$dm_{old}^i(\vec{r}, dm, m, t) \leq dm_{ini}^i(dm, t - \tau_m) \quad . \quad (4.4b)$$

Note que a igualdade acima não vale caso não se assuma homogeneidade local [suposição básica (1)].

Para uma dada região v [equação (4.3)] vamos definir

$$\mathcal{D}_v^i(m, t) \equiv \int_v dm_{dep}^i(\vec{r}, dm, m, t) + \int_v dm_{flu}^i(\vec{r}, dm, m, t) \quad . \quad (4.5)$$

A integral de dm_{dep}^i é a massa total depletada na região v durante a vida da estrela de massa m ; e a integral de dm_{flu}^i é a diferença entre a massa total de i que saiu da região v e a que entrou na região durante a vida da estrela de massa m . Da maneira como foi definida dm_{flu}^i , sua integral contribui para um aumento ou diminuição da depleção na região, ou é nula caso o fluxo líquido tenha sido nulo. Assim, o resultado da soma, na equação (4.5) é, simplesmente, o total de i destruído na região, *tanto devido à depleção local, na região, como devido à troca de massa com outras regiões com diferentes taxas de depleção*; ainda, definimos

$$\begin{aligned} \Delta m_{ini,v}^i(m, t - \tau_m) &\equiv \int_v dm_{ini}^i(dm, t - \tau_m) \\ &= \Delta m_v(m) X^i(t - \tau_m) \quad , \end{aligned} \quad (4.6)$$

[onde a igualdade vem das equações (4.2) e (4.3)] que é a massa inicial de i na região v , onde Δm_v é a massa da região; e finalmente

$$\Delta m_{old,v}^i(m, t) \equiv \int_v dm_{old}^i(\vec{r}, dm, m, t) \quad , \quad (4.7)$$

que é a massa de i sobrevivente à astração na região v no instante da morte estelar. Nas definições acima, o subíndice v indica a dependência dos parâmetros na massa da região, dada pela equação (4.3).

Integrando a equação (4.4a) em uma região v e utilizando as definições de (4.5) a (4.7), temos que

$$\Delta m_{old,v}^i(m, t) = \Delta m_{ini,v}^i(t - \tau_m) - \mathcal{D}_v^i(m, t) \quad , \quad (4.8a)$$

tal que

$$\Delta m_{old,v}^i(m, t) \leq \Delta m_{ini,v}^i(t - \tau_m) \quad , \quad (4.8b)$$

que é uma consequência das nossas suposições básicas [ver equação (4.4b)]. Utilizando a igualdade em (4.6), podemos reescrever (4.8a) na forma

$$\Delta m_{old,v}^i(m, t) = \Delta m_v(m) X^i(t - \tau_m) [1 - \xi_v^i(m)] \quad , \quad (4.9)$$

onde definimos a **função de destruição da região v** no final da vida estelar:

$$\xi_v^i(m) = \frac{\mathcal{D}_v^i(m, t)}{\Delta m_v(m) X^i(t - \tau_m)} \quad , \quad (4.10)$$

onde \mathcal{D}_v^i é definido pela equação (4.5). O termo função de destruição foi emprestado de Malaney *et al.* (1989), uma vez que esta tem o mesmo significado físico que naquele trabalho:

é a fração da massa original de i , na região v , que foi destruída durante a evolução estelar (tanto devida à depleção na região como às trocas de massa). É adequado definir

$$\Lambda_v^i(m) \equiv 1 - \xi_v^i(m) \quad , \quad (4.11)$$

que é a fração da massa original de i , na região v , que sobreviveu à astração. Podemos supor que na idade zero da Galáxia haveria uma massa de i residual devido às primeiras gerações de estrelas do halo, de tal forma que a abundância inicial de i , $X^i(t = 0)$ é não nula na equação (4.10). Caso contrário, ξ_v^i (ou Λ_v^i) não está definida para o instante zero da evolução galáctica.

Evidentemente, tanto ξ como Λ devem ser fornecidas por um modelo de evolução estelar. Apesar de não pretendermos analisar tais modelos neste trabalho, acreditamos que um melhor entendimento da função de destruição pode levar aos critérios quanto a escolha das regiões estelares de interesse para a evolução de um dado nuclídeo. Por uma questão de simplicidade, assumimos que ξ e Λ só dependem da massa (ou do tempo de vida) estelar. Das equações de (4.8) a (4.11), podemos estabelecer as desigualdades simultâneas:

$$\Delta m_{ini,v}^i(m, t - \tau_m) \geq \mathcal{D}_v^i(m, t) \geq 0 \quad , \quad (4.12a)$$

$$0 \leq \Delta m_{old,v}^i(m, t) \leq \Delta m_{ini,v}^i(m, t - \tau_m) \quad , \quad (4.12b)$$

$$1 \geq \xi_v^i(m) \geq 0 \quad , \quad (4.12c)$$

$$0 \leq \Lambda_v^i(m) \leq 1 \quad . \quad (4.12d)$$

Assim, por exemplo, caso i não tenha sido destruído na região v , $\xi_v^i = 0$ e $\Lambda_v^i = 1$ (o que implica uma região que não trocou matéria com regiões depletoras). A escolha das regiões de interesse em uma estrela concerne às regiões as quais, no final da vida estelar, tenham distribuições uniformes de i e sejam caracterizadas por funções de destruição ξ^i específicas, e à região ejetada, em particular. Esta última pode ter contribuições de duas

ou mais regiões não uniformes e, portanto, devem ser levadas em consideração no cômputo da função de destruição da região ejetada, que é o parâmetro de interesse para modelos de evolução química. Uma estrela de massa m é constituída por n regiões tais que

$$m = \sum_{v=1}^n \Delta m_v(m) \quad ,$$

onde Δm_v é definida pela equação (4.3). Naturalmente, as massas totais de i inicial e sobrevivente à astração serão somatórios em v das respectivas quantidades definidas pelas equações (4.6) e (4.9). Da equação (4.10), a massa total de i destruída na estrela de massa m , $J^i(m, t)$, é

$$J^i(m, t) \equiv \sum_{v=1}^n \mathcal{D}_v^i(m, t) = m X^i(t - \tau_m) \xi_{tot}^i(m) = X^i(t - \tau_m) \sum_{v=1}^n \Delta m_v(m) \xi_v^i(m), \quad (4.13)$$

onde ξ_{tot}^i é a função de destruição total da estrela. Uma vez que, para a estrela como um todo, a integral de dm_{flu}^i na equação (4.5) é nula, J^i , definida acima, é a massa inicial de i convertida em outra espécie (massa total depletada) na estrela de massa m , tal como apresentado no capítulo 3 [equação (3.8)].

No seção que se segue, vamos utilizar os resultados acima para formular uma equação geral para a massa de i ejetada pelas estrelas e inserí-la nas equações do capítulo 2.

4.3. Equações para evolução de abundâncias

Como vimos na capítulo 2, a massa de i ejetada pelas estrelas é a soma das massas recém-sintetizada e sobrevivente à astração, e ejetadas [equação (2.17)]. Na seção anterior, apresentamos uma expressão geral para a massa sobrevivente à astração em uma região

da estrela de massa m [equação (4.9)]. Substituindo, nas equações de (4.5) a (4.12), Δm_v por Q_{ej} [equação (2.8)] e o sub-índice “ v ” por “ ej ”, teremos as respectivas equações para a região ejetada. Assim, a massa inicial sobrevivente à astração e ejetada (definida no capítulo 2) é [segundo a definição de (4.7)], simplesmente,

$$A^i(m, t) = \Delta m_{old, ej}^i(m, t)$$

ou, das equações (4.9) a (4.11),

$$\begin{aligned} A^i(m, t) &= Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \Lambda_{ej}^i(m) \\ &= Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) [1 - \xi_{ej}^i(m)] \quad , \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde

$$\xi_{ej}^i(m) = \frac{\mathcal{D}_{ej}^i(m, t)}{Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m)} \quad , \quad (4.15)$$

sendo \mathcal{D}_{ej}^i [equação (4.5)] a massa total de i destruído na região ejetada. Assim, substituindo (4.14) na equação (2.17), temos a massa total de i ejetada pelas estrelas, escrita nas formas

$$\begin{aligned} E^i(t) &= \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \Lambda_{ej}^i(m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \\ &= \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm + \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \\ &\quad - \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \xi_{ej}^i(m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \\ &= \int_{m_t}^{m_u} \Delta Q^i(m, t) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm \\ &\quad + \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \psi(t - \tau_m) \phi(m) dm, \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde

$$\begin{aligned}\Delta Q^i(m, t) &= Q^i(m) + Q_{ej}(m)X^i(t - \tau_m)\Lambda_{ej}^i(m) - Q_{ej}(m)X^i(t - \tau_m) \\ &= Q^i(m) - Q_{ej}(m)X^i(t - \tau_m)\xi_{ej}^i(m) \quad ,\end{aligned}\tag{4.17}$$

é a diferença entre a massa total de i (“novo” + “velho”) ejetada pela estrela ($Q^i + Q_{ej}\Lambda_{ej}^i X^i$) e a massa de i original à época de sua formação ($Q_{ej}X^i$). Podemos, então, definir um *yield* líquido, na forma

$$y_{liq}^i(t) = \frac{1}{[1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t)} \int_{m_t}^{m_u} \Delta Q^i(m, t)\psi(t - \tau_m)\phi(m)dm \quad ,\tag{4.18}$$

que se reduz à equação (2.18) caso não tenha havido destruição da massa original de i na parte ejetada, pois, neste caso $\Lambda_{ej}^i = 1$ ou $\xi_{ej}^i = 0$.

Utilizando as equações (2.11), (2.18) e (4.18), e a *aproximação de reciclagem instantânea*, reescrevemos as duas primeiras igualdades em (4.16) na forma

$$E^i(t) = y^i(1 - \mathcal{R})\psi(t) + X^i(t)\mathcal{R}\psi(t) - u^i(1 - \mathcal{R})X^i(t)\psi(t)\tag{4.19}$$

e a terceira, na forma

$$E^i(t) = y_{liq}^i(1 - \mathcal{R})\psi(t) + X^i(t)\mathcal{R}\psi(t)\tag{4.20}$$

onde \mathcal{R} e y^i são dadas pelas equações (2.32) e (2.35) e onde definimos:

$$u^i = \frac{1}{1 - \mathcal{R}} \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m)\xi_{ej}^i(m)\phi(m)dm\tag{4.21}$$

e

$$y_{liq}^i(t) = \frac{1}{1 - \mathcal{R}} \int_{m_t}^{m_u} \Delta Q^i(m, t)\phi(m)dm \quad ,\tag{4.22}$$

onde $\xi_{e_j}^i$ é dada pela equação (4.15) e ΔQ^i por (4.17), com $X^i(t - \tau_m) = X^i(t)$. Evidentemente, para uma função de destruição nula, $u^i = 0$ e $y_{liq}^i = y^i$. Neste caso, as equações (4.19) e (4.20) tomam a mesma forma que a da equação (2.40b) para os metais:

$$E^i(t) = y^i(1 - \mathcal{R})\psi(t) + X^i(t)\mathcal{R}\psi(t). \quad (4.23)$$

Ou seja, como foi observado no final do ítem 2.4.2, a aproximação $Z \ll 1$, utilizada naquele ítem, equivale matematicamente a considerar destruição estelar nula.

O *yield* líquido, definido por (4.22), é análogo ao de Yokoi *et al.* [1983, equação (14)], que sugerem a utilização deste *yield* ou do outro [nas equações (9) e (9a) do artigo citado] como dependente do elemento em questão: enquanto o *yield* [dado pela equação (2.35)] deve ser utilizado para a evolução de radionuclídeos de processo r, o *yield* líquido [equação (4.22)] deve ser utilizado para elementos estáveis ou para o conjunto dos metais. Segundo os autores, para estes últimos, dificilmente pode-se distinguir o material “velho” (sobrevivente à astração) do “novo” (recém-sintetizado). Eles ressaltam que no caso dos radionuclídeos de processo r e de longa vida *podemos garantir que a depleção estelar afeta somente a massa inicial do elemento* (isto ocorre porque tais radionuclídeos são criados em estrelas de grande massa, com tempos de vida muito menores que as meias vidas dos radionuclídeos). Neste caso, y é o próprio *yield* de processo r. Entretanto, da maneira como estabelecemos as taxas de produção e depleção (capítulo 3) garantimos, *por definição*, uma distinção clara entre estas para quaisquer núclídeos ou para o conjunto dos metais. Assim, não vemos impedimento no uso da equação (4.19) sempre que se queira traçar a evolução de qualquer núclídeo, para o qual possamos estimar o *yield* através dos modelos e se suspeite de alguma depleção estelar relevante (u^i não desprezível).

Tinsley (1980) definiu a produção estelar (mp_{zm} , ítem 2.3.2) como a massa estelar convertida em metais e ejetada [isto está de acordo com a “matriz de produção” de Talbot

e Arnett (1973)]. Neste caso, o *yield* é definido pela equação (2.35). Ainda, neste caso, chamamos a atenção para o fato de que não faz sentido a equação de Tinsley (1980) para a massa de metais sobrevivente à aeração e ejetada [equação (2.27a)] (ver final do item 2.4.2). Isto também foi observado por Maeder (1992) [ver equações (1) a (6) do trabalho citado]. Através das equações (9) e (10) de Maeder, reconhecemos que os *yields* de elementos individuais fornecidos através de modelos de evolução estelar são, de fato, *yields* líquidos. Ou seja, são calculadas as diferenças entre as massas de *i* total ejetado (novo + velho) e de *i* inicial [ver equação (4.17)] para cada massa estelar e o *yield* líquido, dado pela equação (4.22), é calculado em uma segunda etapa. Isto envolve considerações simultâneas das teorias de reações nucleares e aspectos globais da evolução estelar, que tornam o problema complexo e impossível de ser tratado concomitantemente aos modelos de evolução química. A utilização do *yield* dado pela equação (2.35) e do parâmetro de destruição dado por (4.21), exige o cálculo independente da produção e da função de destruição para cada massa estelar. Neste caso, é possível reduzir as regiões estelares de interesse para cada processo (produção e destruição), eventualmente tornando mais simples uma conexão entre modelos de evolução estelar e de evolução química.

Substituindo (4.19) na equação para a taxa de variação de abundância de *i* no gás na aproximação de reciclagem instantânea [equação (2.33)], temos

$$M_g(t) \frac{dX^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) + y^i(1 - \mathcal{R})\psi(t) - u^i(1 - \mathcal{R})X^i(t)\psi(t) + [X_I^i(t) - X^i(t)]I(t), \quad (4.24)$$

que, para o conjunto dos metais ($P = D = u = 0$), tem a forma da equação (2.41b).

Para exemplificar a utilização da equação acima vamos, a seguir, a partir de um conjunto de hipóteses básicas, traçar a evolução da razão de abundâncias Th/Eu em função

da metalicidade. Com isto, esclarecemos a equivalência entre a função de destruição em Malaney *et al.* (1989) e neste trabalho. Ainda, calculamos o parâmetro u [equação (4.21)] para o Th.

4.3. Evolução da razão Th/Eu

Vamos assumir todas as suposições básicas do modelo simples (ítem 2.4.3, modelo a). Neste caso, a evolução da metalicidade, em função da fração de massa do gás, μ , é dado pela equação (2.44). Ainda, vamos supor que a taxa de formação estelar, ψ , depende linearmente da massa do gás, M_g , de tal forma que

$$(1 - \mathcal{R})\psi(t) = \omega M_g(t) \quad , \quad (4.25)$$

onde ω é uma constante. Neste caso, a equação (2.42b) pode ser escrita na forma $dZ/dt = \omega y^z$, cuja solução em função do instante de nascimento de uma estrela (considerando a metalicidade inicial nula) é

$$Z(t) = \omega y^z t \quad , \quad (4.26)$$

a qual pode ser utilizada para avaliar ω , tomando-se a metalicidade solar $Z_\odot = 0,02$ e assumindo-se uma idade para a Galáxia, T_G . Temos que

$$Z_\odot = \omega y^z [T_G - t_\odot] \quad ,$$

onde $t_\odot = 4,6$ Gano é a idade do sistema solar. Uma vez que pretendemos comparar o presente modelo com os dados da tabela 4.1, que inclui uma estrela com idade estimada em 19 Gano, vamos tomar $T_G = 20$ Gano (tal como em Pagel 1993). Ainda, considerando $y^z = 0.01$, como na seção 5.2, e com os valores acima, encontramos $\omega \simeq 0,13$ Gano⁻¹. Com

este valor, através da equação (4.26) para a metalicidade atual, $Z_1 = \omega y^z T_G$, encontramos $Z_1 \simeq 1,3Z_\odot$.

A variação de abundância de um dado nuclídeo, no meio interestelar, é escrita pela equação geral (4.24). Dadas as suposições do modelo simples, tomamos a taxa de *infall* nula, $I^i = 0$. Nenhum dos dois nuclídeos em questão (Th e Eu) é produzido no meio interestelar e portanto $P_g^{Th} = P_g^{Eu} = 0$. Ambos são elementos de processo r. Particularmente, o Eu é um nuclídeo estável, para o qual vamos considerar nulas as taxas de depleção estelar e do meio interestelar, o que fornece $u^{Eu} = 0$ e $D_g^{Eu} = 0$. Para o Th temos a taxa de depleção no meio interestelar devido ao decaimento simples, $D_g^{Th} = -\lambda X^{Th} M_g$, onde λ é a constante de decaimento de laboratório do Th, e uma taxa de destruição estelar não nula que fornece $u^{Th} \neq 0$. Assim, podemos escrever as equações para variação de abundância do Eu e do Th no meio interestelar, respectivamente,

$$M_g(t) \frac{dX^{Eu}(t)}{dt} = y^{Eu} (1 - \mathcal{R}) \psi(t), \quad (4.27a)$$

$$M_g(t) \frac{dX^{Th}(t)}{dt} = -\lambda X^{Th}(t) M_g(t) + y^{Th} (1 - \mathcal{R}) \psi(t) - u^{Th} (1 - \mathcal{R}) X^{Th}(t) \psi(t). \quad (4.27b)$$

Utilizando a equação (4.25), as equações acima podem ser reescritas nas formas

$$\frac{dX^{Eu}(t)}{dt} = \omega y^{Eu}, \quad (4.28a)$$

$$\frac{dX^{Th}(t)}{dt} = \omega y^{Th} - (\lambda + \omega u^{Th}) X^{Th}(t), \quad (4.28b)$$

cujas soluções (considerando abundâncias iniciais nulas) são

$$X^{Eu}(t) = \omega y^{Eu} t, \quad (4.29a)$$

$$X^{Th}(t) = \frac{\omega y^{Th}}{\lambda + \omega u^{Th}} \left\{ 1 - e^{-(\lambda + \omega u^{Th}) t} \right\}. \quad (4.29b)$$

As equações acima descrevem as abundâncias do meio interestelar à época de formação das estrelas. Para o Th observado hoje, devemos descontar desta abundância inicial a depleção descrita pela lei do decaimento simples. Tal procedimento é válido no caso de anãs e subgigantes, para as quais acreditamos que os actinídeos não tenham sofrido, além desta, depleções resultantes de processos de dragagem (*dredge-up*). Desta forma, hoje (em $t = T_G$), a abundância do Th em uma estrela anã nascida em t é

$$X^{Th}(t, T_G) = e^{-\lambda(T_G-t)} X^{Th}(t), \quad (4.30)$$

onde $X^{Th}(t)$ é dada pela equação (4.29b). Assim, das equações (4.29) e (4.30), teremos que as abundâncias do Th e do Eu observadas hoje em uma estrela nascida em t são

$$X^{Eu}(t, T_G) = \omega y^{Eu} t, \quad (4.31a)$$

$$X^{Th}(t, T_G) = \frac{\omega y^{Th} e^{-\lambda(T_G-t)}}{\lambda + \omega u^{Th}} \left\{ 1 - e^{-(\lambda + \omega u^{Th}) t} \right\}. \quad (4.31b)$$

Utilizando as equações acima, podemos escrever a razão Th/Eu

$$\frac{X^{Th}(t, T_G)}{X^{Eu}(t, T_G)} = \frac{y^{Th}}{y^{Eu}} \frac{e^{-\lambda(T_G-t)}}{(\lambda + \omega u^{Th}) t} \left\{ 1 - e^{-(\lambda + \omega u^{Th}) t} \right\}, \quad (4.32)$$

que é essencialmente a equação (13) de Malaney *et al.* (1989) para a mesma razão:

$$\frac{Th}{Eu} = C \frac{e^{\lambda_e T}}{\lambda_e T} (1 - e^{-\lambda_e T}), \quad (4.33a)$$

onde C é uma constante (que inclui a razão de produção y^{Th}/y^{Eu} e a exponencial $e^{-\lambda T_G}$), $\lambda_e = \lambda_o + \lambda_d$, na qual λ_o é o nosso λ e, pela equação (10) de Malaney *et al.*:

$$\lambda_d = \frac{1}{M_g} \int_{m_t}^{m_u} \xi(m)(m - m_r)\phi(m)f(t)dm, \quad (4.33b)$$

onde ξ , ϕ e M_g têm o mesmo significado que neste trabalho, $m - m_r = m - w(m) = Q_{ej}(m)$ [equação (2.8)] e $f = \psi$. Utilizando a equação (4.25) na equação acima e comparando o resultado com (4.21), temos que

$$\lambda_d = \omega u^{Th}. \quad (4.34)$$

Os autores calcularam λ_d utilizando a taxa de formação estelar em função da taxa de nascimento relativa, dada pela equação (I.13) e as três taxas de nascimento dadas pela equações (I.14) e (I.15), consideraram três idades da Galáxia, $T_G = 9, 12, 15$ Gano, e tomaram os limites superiores para ξ :

$$\begin{aligned} \xi(m) &= 0,005, & \text{para } 1,4 \leq m < 8M_\odot \\ &= 0,15, & \text{para } 8 \leq m \leq 62M_\odot. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Encontraram λ_d no intervalo $0,004 - 0,013$ Gano⁻¹, estando os limites inferior e superior relacionados, respectivamente, aos modelos exponenciais extremos, decrescente e crescente (apêndice I). Vale observar que uma taxa de formação estelar proporcional à fração de massa do gás equivale a considerar uma taxa de nascimento relativa exponencial decrescente (Miller e Scalo 1979, seção I.2). Portanto, é de se esperar, para nosso modelo, um valor de λ_d próximo ao limite inferior.

Para o cálculo de u^{Th} , a partir da equação (4.21), tomamos a função de massa inicial [obtida pelo procedimento análogo ao que leva às equações (III.28)]:

$$\begin{aligned}
\phi(m) &= 0,352 m^{-1,4}, & \text{para } 0,1 \leq m \leq 1.M_{\odot} \\
&= 0,352 m^{-2,5}, & \text{para } 1 \leq m \leq 10.M_{\odot} \\
&= 2,224 m^{-3,3}, & \text{para } 10 \leq m \leq 62.M_{\odot};
\end{aligned} \tag{4.36}$$

as massas dos remanescentes, $w(m) = m - Q_{ej}(m)$, são tomadas de Yokoi *et al.* (1983, seção 2.2.1):

$$\begin{aligned}
w(m) &= 0,23 m + 0,32, & \text{para } 1 \leq m < 8.M_{\odot} \\
&= 1,4, & \text{para } 8 \leq m \leq 62.M_{\odot};
\end{aligned} \tag{4.37}$$

\mathcal{R} é calculado das equações (2.32) e (4.36), no intervalo de massas $1 - 62 M_{\odot}$ e obtemos $\mathcal{R} \simeq 0,376$. Finalmente, u^{Th} é calculado no intervalo de massas $1,4 - 62 M_{\odot}$, para o qual a função de destruição do Th é não nula [equação (4.35)]; encontramos

$$u^{Th} \simeq 0,037 \quad . \tag{4.38}$$

Portanto, da equação (4.34) e lembrando que $\omega \simeq 0,13 \text{ Gano}^{-1}$, temos $\lambda_d = \omega u^{Th} \simeq 0,005 \text{ Gano}^{-1}$, que é um valor próximo ao limite inferior estabelecido por Malaney *et al.*. Uma vez que a constante de decaimento do Th $\lambda = 0,049 \text{ Gano}^{-1}$, temos que $\lambda + \omega u^{Th} \simeq 0,054 \text{ Gano}^{-1}$. Note que enquanto o parâmetro λ_d em Malaney *et al.* depende do modelo de evolução química, u^{Th} é um parâmetro mais geral, uma vez que não depende da taxa de formação estelar. De fato, veremos que o valor calculado para este modelo pode ser utilizado no modelo geral descrito na seção 5.3, que inclui os efeitos dos refugos.

Com os valores calculados acima, podemos avaliar a razão de produção, a partir da equação (4.32), tomando a razão de abundância solar atual (Anders e Grevesse 1989):

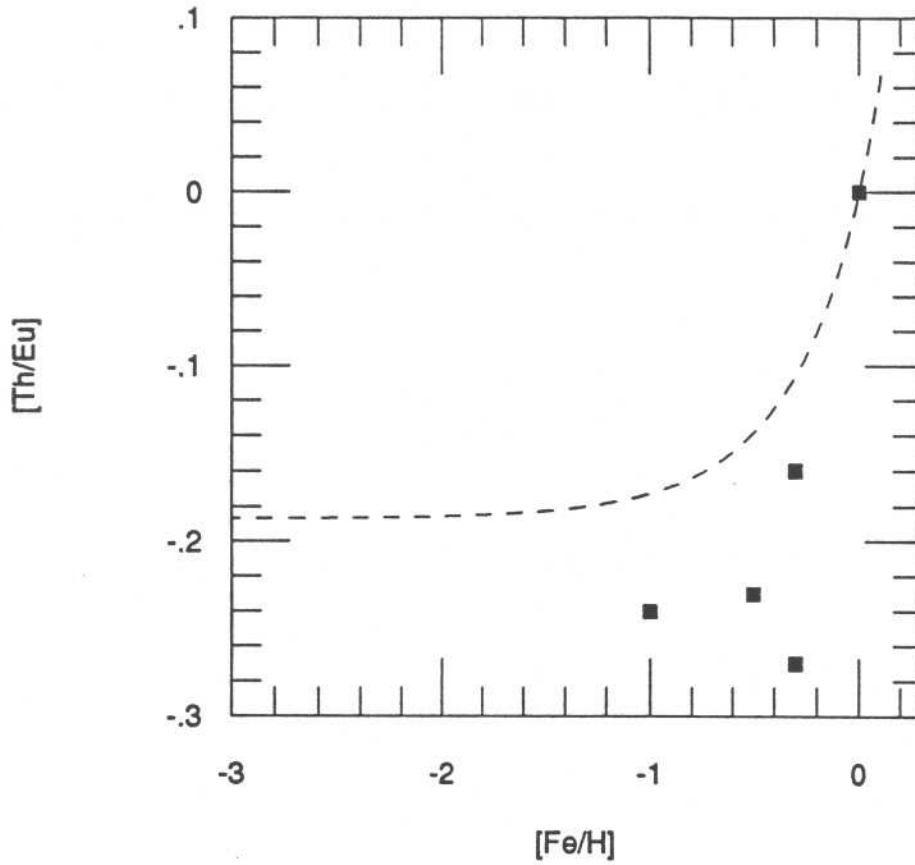


Figura 4.1 - [Th/Eu] versus metalicidade, no modelo simples (ver texto). Os quadrados representam os dados da tabela 4.1.

$$\frac{X^{Th}(T_G - t_{\odot}, T_G)}{X^{Eu}(T_G - t_{\odot}, T_G)} = 0,344 \quad ; \quad (4.39)$$

encontramos $y^{Th}/y^{Eu} \simeq 0,63$. A figura 4.1 mostra a evolução [Th/Eu] versus metalicidade traçada com as equações (4.26) e (4.32) no intervalo $0 < t < 20$ Gano, em comparação com os dados da razão [Th/Eu] de da Silva *et al.* (1990), tais como apresentados por Pagel (1993)

Tabela 4.1

Estrela	Idade Gano	[Fe/H] MKB *	[Th/Eu]
Sol	4,6	0,0	0,0
HR 4523	8 ± 3	-0,3	-0,27
HR 509 (τ Cet)	9 ± 4	-0,5	-0,23
HR 98 (β Hyi)	10 ± 2	-0,3	-0,16
HR 3018	19 ± 3	-1,0	-0,24

* Morell, Käländer & Butcher 1992.

(tabela 4.1). Este modelo também está representado na figura 5.5, na qual comparamos este resultado com os dos modelos que incluem o efeito dos refugos.

CAPÍTULO 5

Modelo com Refugos

Os **refugos** (*refuses*) compreendem os **remanescentes** e os **resíduos** (*residues*). Estes últimos são os objetos formados com massas não estelares.

Apresentamos o modelo com refugos (ver *abstract* na seção 5.2) e um modelo que considera ambos os efeitos dos refugos e da astração. Este último produz um abaixamento da razão de abundâncias Th/Eu na região de baixas metalicidades em relação ao modelo simples da seção 4.3, enquanto que para altas metalicidade, leva a um crescimento mais abrupto.

5.1. Introdução

O modelo com refugos baseia-se na suposição de que a formação de estrelas de baixa massa é acompanhada da formação de *objetos não estelares* (resíduos). Admitimos que tais objetos tenham, inicialmente, uma massa total da ordem de grandeza da massa estelar e que sofram evaporação de H e He. Assim, no final do processo, podemos considerá-los essencialmente metálicos. Isto causa uma diluição de metais no meio interestelar e leva ao lento enriquecimento previsto pelas observações. A formação dos resíduos (seguida da evaporação), pode ser considerada um caso particular da astração (de fato, mostramos na seção 5.3 uma analogia entre as decrições matemáticas dos dois processos).

Uma descrição consistente do modelo nos levou à definição da *função de massa inicial generalizada*, que tem a mesma forma da função de massa inicial clássica (capítulo 2) para as estrelas e é não desprezível para pequenas massas. A nova função implica definir também uma *taxa de formação generalizada*. As funções generalizadas dão conta da formação dos objetos não estelares, em geral desprezados, e são consistentes com as respectivas funções clássicas, na medida em que se assume a evaporação mencionada acima. A forma da função de massa inicial generalizada (acentuada) para pequenas massas não pode ser estimada pelos métodos utilizados por Miller e Scalo (1979) e outros, uma vez que a massa final retida nos respectivos objetos não estelares é desprezível em comparação às massas estelares. Na seção 5.2 descrevemos o modelo de forma compacta. A consistência entre o novo formalismo e o clássico (capítulo 2) é mostrada no apêndice III, assim como as demonstrações das equações. Neste apêndice, mostramos ainda que a suposição de evaporação total do H e He, assumida inicialmente (seção 5.2), pode ser substituída pela hipótese menos radical de evaporação parcial, sem prejuízo ao modelo. Existem alguns fatos básicos que não são questionados neste trabalho. Por exemplo, a existência de uma nuvem de Oort para cada estrela de baixa massa (ver ítem 5.2.5) e os processos que levam à evaporação. Entretanto, pelo menos para os cometas passíveis de serem observados, parece tornar-se cada vez mais evidente as baixas concentrações de H e He, concomitantemente às determinações de metalicidade em níveis cósmicos (Delsemme 1988, Sykes 1993, e referências aí contidas).

Na seção 5.3 mostramos os efeitos conjuntos dos refugos e da astração (capítulo 4), que levam à diluição de nuclídeos no meio interestelar. Aplicamos os resultados do modelo à evolução da razão de abundâncias Th/Eu, para fins de comparação com o modelo análogo desenvolvido na seção 4.3, o qual leva em conta somente os efeitos da astração.

5.2. A model for the chemical evolution of the Galaxy with refuses*

Abstract. A model is presented for the chemical evolution of the solar neighbourhood which takes into account three families of galactic objects, according to their condensation states: stars, refuses and gas. Stars are defined as all condensed objects with masses greater than or equal to the minimum mass which ignites hydrogen and which will give rise to an evolutionary track on the HR diagram to the left of Hayashi's limit; refuses include the remnants, which are compact objects resulting from stellar deaths, and the residues, which have masses not large enough to ignite hydrogen; gas is defined as the mass which can be condensed to form stars and/or residues. We have developed equations for the mass evolution of each family, and have studied the gas metallicity distribution within the framework of the instantaneous recycling approximation, adopting different initial conditions. In order to constrain the model parameters we have also used preliminary evaluations of comet cloud masses to investigate the role of the residues as sinks of heavy elements in the Galaxy.

5.2.1. Introduction

Models for the chemical evolution of galaxies usually include only two classes of objects, namely *stars* and *gas* (cf. Tinsley, 1980). This classification has as main argument the simplification of the equations, and generally does not cause significant difficulties in the derivation and interpretation of the quantities which are effectively compared with the observational data.

* *Esta seção é o artigo de Rocha-Pinto et al. (1994). As numerações das seções, equações, figuras e respectivas referências foram modificadas para adaptar o artigo ao formato deste trabalho.*

On the other hand, more complete formulations already appeared in some of the early works on chemical evolution (Schmidt, 1959) and also in more recent treatments of the evolution of our Galaxy (Tinsley, 1981, Rana and Wilkinson, 1986) and other spiral galaxies (cf. Ferrini et al., 1992).

The main characteristic of these treatments is the inclusion of non-stellar objects, as our present knowledge confirms that an important quantity of metals is probably locked up in some galactic objects such as planets, comets, etc. (cf. Bailey, 1988). Comets are particularly interesting in this respect, as they seem to be a very common phenomenon associated with star formation out of a protostellar cloud (Vanýsek, 1987a,b). As in the case of interstellar grains, the formation of comets probably has a small effect on the mass balance of the Galaxy (cf. Meusinger, 1992). On the other hand, these objects may affect some observational properties such as the extinction and polarization of visible light (cf. Greenberg, 1974), and can in principle have an influence on the chemical evolution of the solar neighbourhood as metal sinks, as suggested by Tinsley and Cameron (1974), Vanýsek (1987a,b), and Stern and Shull (1990).

In the present paper, we introduce a consistent treatment of the evolutionary histories of the different families of galactic objects, taking into account the following condensation states: *stars*, *refuses*, and *gas*. We then study the derived metallicity distribution for the one-zone model of the solar neighbourhood considering a set of initial conditions, and compare our results with observed data from stars. Finally, we make some preliminary calculations of comet cloud masses, in order to investigate the role of comets as heavy element sinks in the galactic disk.

5.2.2. Basic Equations

The adopted families of stars, refuses and gas are associated with the following classes of objects, respectively:

Stars, which are defined as every condensed object formed with masses $m > m_l$, where m_l is the lower limit for the stellar masses, or the minimum mass which produces hydrogen ignition and which will give rise to a track on the HR diagram to the left side of Hayashi's limit.

Refuses, which include **remnants**, or compact objects resulting from stellar deaths, and **residues** of star formation, which are objects condensed from the gas, with masses in the interval $m_g < m < m_l$, where m_g is the maximum assumed mass for the gas [†] (e.g. grains).

Gas, which is the mass that can be condensed to form stars and/or residues.

Adopting a model for the chemical evolution of the solar neighbourhood with no infall, the total mass of the system is constant and given by

$$M = M_g + M_s + M_r \quad (5.1)$$

where M_g , M_s , and M_r are the total masses in gaseous, stellar and refuse condensation states, respectively. The gas (μ) and refuse (κ) mass fractions are defined by

$$\mu \equiv \frac{M_g}{M} \quad (5.2)$$

and

$$\kappa \equiv \frac{M_r}{M} \quad (5.3)$$

[†] *Errata: onde se lê for the gas leia-se for the objects of the gas.*

so that

$$M_s = (1 - \mu - \kappa)M. \quad (5.4)$$

We will adopt the usual sudden mass loss approximation, where the stars undergo the entire process of mass loss after a well-defined lifetime. Let $w(m)$ be the remnant mass of a star with initial mass m and lifetime τ_m . The rate of mass locked up in the remnants, due to the death of the stars which were born at instants given by $(t - \tau_m)$ is obtained by

$$L(t) = \int_{m_t}^{m_u} w(m)\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm \quad (5.5)$$

and the total ejection rate due to the death of these stars is

$$E(t) = \int_{m_t}^{m_u} [m - w(m)]\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm, \quad (5.6)$$

where m_t is an appropriately chosen turnoff mass; m_u is the upper limit to the stellar mass, or the maximum mass admitted to stars; Ψ is a **generalized formation rate**, defined as the total mass condensed into galactic objects per unit time, and Φ is a **generalized initial mass function**, normalized as

$$\sum_{i=1}^4 \int_{x_i}^{x_{i+1}} m\Phi(m)dm = \rho + \gamma + \zeta + \varepsilon = 1 \quad (5.7)$$

where $x_1 = 0$, $x_2 = m_g$, $x_3 = m_l$, $x_4 = m_t$, $x_5 = m_u$, and ρ , γ , ζ and ε are, respectively, the first, the second, the third and the fourth terms in the sum. Each of these four terms, multiplied by the generalized formation rate will give respectively: the formation rate of objects with masses $m < m_g$, considered as gas, $\rho\Psi(t)$; the formation rate of the residues,

$\gamma\Psi(t)$; the stellar formation rates, $\zeta\Psi(t)$ and $\varepsilon\Psi(t)$, relative to stars with masses in the intervals $m_l < m < m_t$ and $m_t < m < m_u$, respectively.

It is worth noting that the generalized initial mass function is not necessarily continuous in the above intervals. However, we have assumed its continuity and will take $m_g \approx 0$, so that $\rho \approx 0$. We will assume that every residue is gravitationally tied with a star and that the formation of stars with mass $m > m_t$ is not accompanied by formation of residues (Stern and Shull, 1990).

Some residues may undergo evaporation of their H and He. If we assume that $\check{\gamma}$ is the fraction of the generalized formation rate that will initially produce such residues, the gas will be replenished by a mass per unit time $(1 - Z)\check{\gamma}\Psi$ due the evaporation of H and He, where Z is the metallicity of the gas and $Z\check{\gamma}\Psi$ is the mass of metals which go into these residues per unit time. We will assume an instantaneous evaporation. Based on Tinsley and Cameron (1974) and Vanýsek (1987), we set $\check{\gamma} \gg \gamma - \check{\gamma}$, so that as a first approximation $\check{\gamma} \approx \gamma$.

Adopting the instantaneous recycling approximation (IRA), $\tau_m \approx 0$. The ejection rate to the interstellar medium and the rate of mass locked up in remnants can be simplified as

$$E(t) = R\Psi(t) \quad (5.8)$$

where R is the returned fraction to the interstellar gas,

$$R = \int_{m_t}^{m_u} [m - w(m)]\Phi(m)dm \quad (5.9)$$

and

$$L(t) = (\varepsilon - R)\Psi(t). \quad (5.10)$$

Recalling that $\rho \approx 0$ in equation (5.7), that $\check{\gamma} \approx \gamma$, and assuming further that $Z \ll 1$, we can write for the mass rates

$$\frac{d}{dt}M_g(t) = -(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) \quad (5.11)$$

$$\frac{d}{dt}M_s(t) = \zeta\Psi(t) \quad (5.12)$$

$$\frac{d}{dt}M_r(t) = (\varepsilon - R)\Psi(t) \quad (5.13)$$

Equation (5.12) can also be obtained assuming a constant formation rate. In the framework of the IRA, it can be easily interpreted: the rate of change of total stellar mass is only due to the stars that live forever, which have masses in the range $m_l < m < m_t$.

5.2.3. The generalized formation rate and initial mass function

The slow rate of growth of the abundances of the heavy elements produced by the metal sink effect due to the refuses (Tinsley and Cameron 1974; Vanýsek 1987a,b) is built in our model, and can be obtained by appropriately chosen fractions of the generalized formation rate. In order to determine this rate, we will follow Tinsley and Cameron (1974) and assume that the mass of metals which go into comets per unit time is at least equal in magnitude to the mass of metals which go into the associated star. Since we have assumed $\check{\gamma} \approx \gamma$, it follows that $\gamma \lesssim \zeta$. In order to estimate the fractions of the formation rate, we have used the stellar IMF from Miller and Scalo (1979) for $m \geq m_l$. We have assumed that the generalized initial mass function (Φ) for residues is proportional to m^{-x} , and re-normalized Φ in the interval (m_g, m_u) assuming $\gamma \lesssim \zeta$. We have taken $m_l = 0.1M_\odot$ (Larson, 1992), $m_t = 1M_\odot$ and $m_u = 100M_\odot$ (Tinsley, 1980). It can be shown that if $\gamma \lesssim \zeta$, then the slope x of the generalized initial mass function for residues should be $\lesssim 1.8$.

The fractions of the generalized formation rate can then be computed and we have obtained $\gamma \approx 0.3$, and $\zeta \approx 0.3$, so that $\varepsilon \approx 0.4$. The returned fraction can be computed from equation (5.9) as $R \approx 0.24$, where we have taken $w(m) = 0.7M_{\odot}$ for $m \leq 4M_{\odot}$, and $w(m) = 1.4M_{\odot}$ for $m > 4M_{\odot}$ (Tinsley, 1980).

5.2.4. Metallicity Distribution

Following Tinsley (1980), the metallicity of the gas for the conditions adopted here can be obtained from the equation

$$\frac{d}{dt}Z(t)M_g(t) = -Z(1-R)\Psi + y(\varepsilon + \zeta - R)\Psi \quad (5.14)$$

where we define the heavy element yield[†] y as the total mass of new ejected metals relative to the mass locked up in stars and remnants,

$$y = \frac{1}{\zeta + \varepsilon - R} \int_{m_i}^{m_u} mp_{Zm}(m)\Phi(m)dm \quad (5.15)$$

where p_{Zm} is the so-called stellar yield or the mass fraction of a star with mass m that is converted to metals and ejected.

From equations (5.11) and (5.14) the metallicity can be integrated as

$$Z(t) = \frac{y(1-\gamma-R)}{\gamma} \left[1 - \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{\gamma/(1-\gamma-R)} \right] + Z_0 \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{\gamma/(1-\gamma-R)}. \quad (5.16)$$

[†] Na maior parte deste trabalho, o yield do conjunto dos metais, y , é representado por y^z e a massa mp_{Zm} , por $Q^z(m)$ (item 2.3.2).

where $\mu = \mu(t)$, so that $\mu = \mu_0$ and $Z = Z_0$ for $t = 0$. We set $t = 0$ in that instant when the disk reached its final mass M .

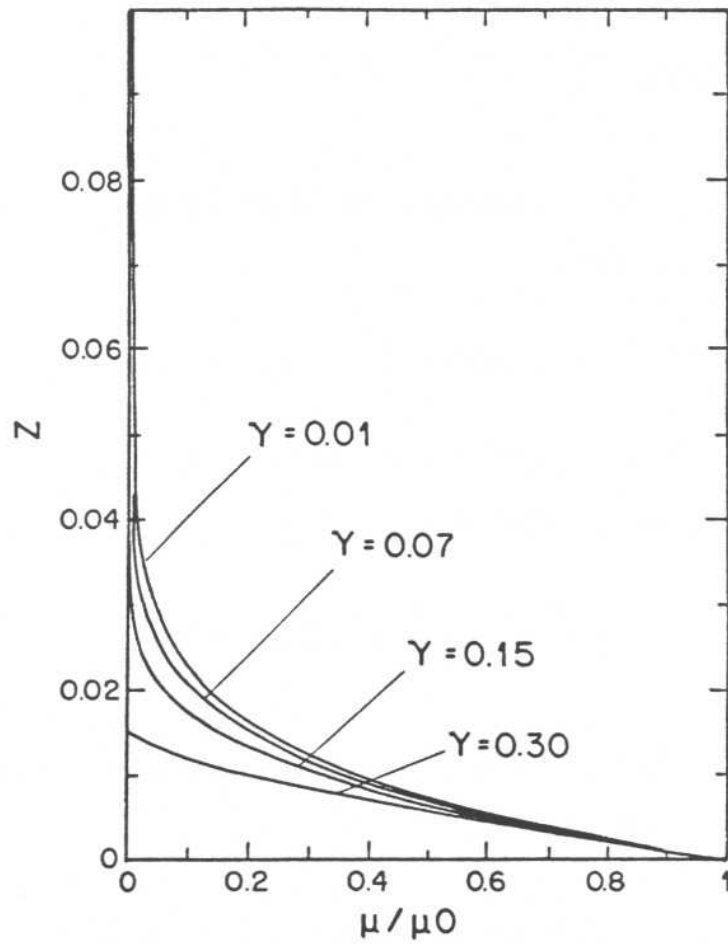


Figure 5.1 - Metallicity Z as a function of the gas fraction μ/μ_0 for typical values of the residue mass parameter γ .

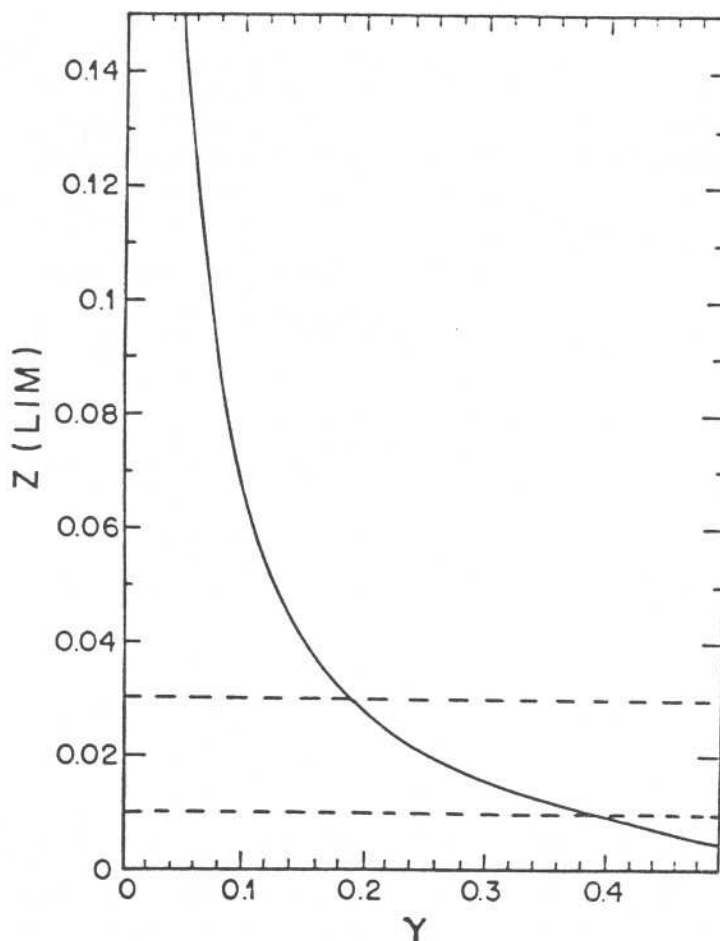


Figure 5.2 - Metallicity Z as a function of γ , showing the preferred range of this parameter, adopting $Z(\mu \rightarrow 0) \approx Z_{\odot} = 0.02 \pm 0.01$.

In order to show the dependence of the heavy element abundance with γ , we will take $y = 0.01$ (Tinsley and Cameron, 1974; Maciel, 1992) and $R = 0.24$ as discussed in item 5.2.3. We have also adopted an initially unenriched gas, so that $Z_0 \approx 0$. Figure 5.1 shows Z as a function of the ratio μ/μ_0 for some representative values of γ . We see that the smaller is the value for γ , the greater is $Z(\mu \rightarrow 0)$. Tentative limits for γ are provided, assuming that $Z(\mu \rightarrow 0) \approx Z_{\odot} = 0.02 \pm 0.01$ in equation (5.16). On the basis of the assumed error,

we can see in figure 5.2 that values for γ in the range 0.19-0.38 are preferred. It can be seen that the residue mass fraction obtained in item 5.2.3 lies approximately in the middle of this interval.

An analytical expression for the cumulative distribution of stars of a given metallicity can be derived for the one-zone model with metal retention by refuses. Recalling the definition of the gas and refuse fractionary superficial densities, equations (5.2) and (5.3), respectively, the fraction of stars born until the metallicity has reached a value Z is

$$S(Z) = \frac{M_s}{M_{s_1}} = \frac{1 - \mu(Z) - \kappa(Z)}{1 - \mu_1 - \kappa_1}, \quad (5.17)$$

where the subscript 1 indicates present values. From equations (5.11) and (5.13) we find

$$\kappa = \kappa_0 + \frac{\varepsilon - R}{1 - \gamma - R}(\mu_0 - \mu), \quad (5.18)$$

where the subscript 0 again indicates initial values. From equations (5.16), (5.17) and (5.18), and recalling the definitions (5.2) and (5.3), we obtain, after some algebra

$$S(Z) = \left\{ a - b\mu_0 \left[\frac{\left(\frac{Z}{Z_1} - 1\right) - \left(\frac{Z}{Z_1} - \frac{Z_0}{Z_1}\right) \left(\frac{\mu_1}{\mu_0}\right)^{\gamma/(1-\gamma-R)}}{\frac{Z_0}{Z_1} - 1} \right]^{(1-\gamma-R)/\gamma} \right\} \times \frac{1}{a - b\mu_1}, \quad (5.19)$$

where a and b are constants given by

$$a = 1 - \kappa_0 - \frac{\varepsilon - R}{1 - \gamma - R} \mu_0 \quad (5.20)$$

$$b = \frac{\zeta}{1 - \gamma - R}. \quad (5.21)$$

Of course, S is normalized, so that from (5.19) we conclude that $S = 1$ for $Z = Z_1$.

TABLE I
Models of chemical evolution

	A	B	C	D	E	F	G	H
μ_0	0.8	1	0.7	0.9	0.8	0.8	0.8	0.8
κ_0	0	0	0.25	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2
Z_0/Z_1	0	0	0.15	0.15	0.05	0.1	0.15	0.2

In order to analyze the results of equation (5.19), we have varied the initial conditions, namely $\mu_0, \kappa_0 \in Z_0$. We have chosen eight sets of initial conditions, labeled by letters A to H, which are shown in table 1. To obtain numerical estimates, we have used the mass fractions given in section 3, namely $\gamma = 0.3$, $\zeta = 0.3$, and $\varepsilon = 0.4$. We have further assumed $\mu_1 = 0.1$ (Tinsley, 1980; Pagel and Patchett, 1975), and $R = 0.24$.

Figure 5.3 shows cases A to D. In comparison with the observational data, the asterisks in the figure are obtained from the differential metallicity distribution of 132 G dwarfs in a cylinder passing through the Sun and perpendicular to the galactic plane (Pagel, 1989). We have taken $Z_1 = 1.19Z_\odot$, according to Table 2 of Pagel (1989), which corresponds to the central value of the largest metallicity bin.

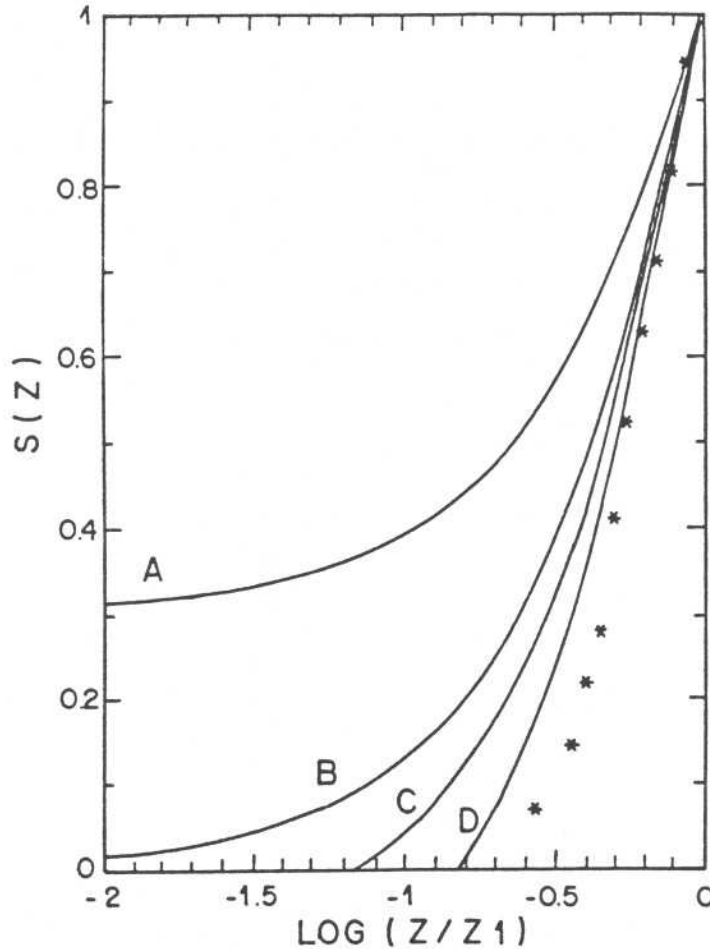


Figura 5.3 - Cumulative stellar distribution as a function of metallicity for models A, B, C, and D (Table I). Asterisks from observational data for G stars from Pagel (1989).

Case A will arise in a disk with non unitary gas fraction, but with no initial refuses. The distribution will predict even greater values than the simple model (Schmidt, 1963). This is due to the fact that when we set $\mu_0 \neq 1$ and $\kappa_0 = 0$, we are necessarily accepting some primordial stars with low metallicities. Case B is the simple model with metal sink effect. Cases C and D shows “prompt initial enrichment” models in which the burst of star formation will also lead to the formation of refuses.

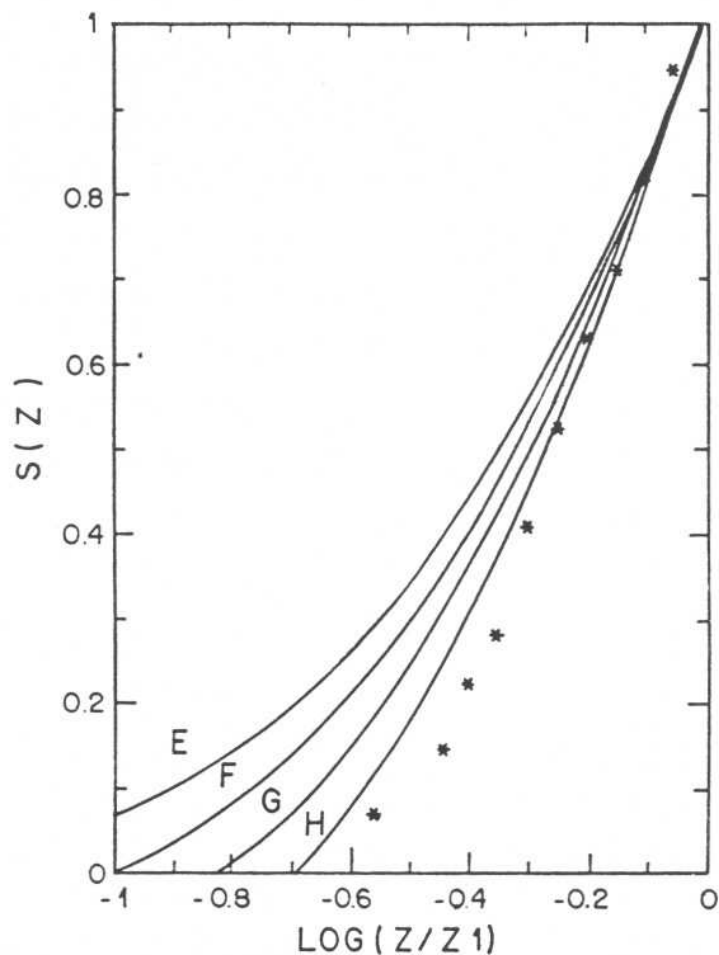


Figure 5.4 - *The same as Figure 5.3 for models E, F, G, and H.*

Figure 5.4 shows the effect of increasing Z_0 fixing the initial gas and refuse mass fractions. We can see that the correspondence to the observational data is much better, especially for the models with higher initial heavy element abundances (models G, H). This result is particularly interesting when we compare models A and E, where the inclusion of refuses and a very small initial heavy element abundance produce a large difference in the cumulative distribution at low metallicities.

5.2.5. Comets and residues

Tinsley (1974) has pointed out that two empirical results provide powerful constraints on chemical evolution models, namely the G-dwarf problem and the slow enrichment rate of the ISM. In our model, the assumption that comets are like sinks of metals easily explains this slow enrichment, provided that the slope of the generalized initial mass function for the residues is $\lesssim 1.8$. On the other hand, the G-dwarf problem is also explained if we postulate that a generation of primordial massive stars will give to the disk an initial metallicity, as well as some initial remnants. Of course, the initial conditions are connected, so that the values for μ_0 and κ_0 are likely to depend on the value for Z_0 . The crucial assumption in our model is that $\check{\gamma} \approx \gamma$.

In order to obtain an order-of-magnitude estimate of the importance of comets as part of the residues, we have estimated the total initial residue mass $\gamma\Psi$. Using $0.19 < \gamma < 0.38$, and a present value of the generalized formation rate similar to the star formation rate, $\Psi \approx 10M_\odot \text{ pc}^{-2} \text{ Gyr}^{-1}$ (Tinsley, 1980; Miller and Scalo, 1979), we have $\gamma\Psi \sim 1.9 - 3.8M_\odot\text{pc}^{-2} \text{ Gyr}^{-1}$. The corresponding term for comets can be estimated by

$$Z\check{\gamma}\Psi \sim \frac{N_c h_c M_c}{V\tau} \quad (5.22)$$

where N_c is the number of comets, h_c is the comet galactic scale height, M_c is the average nuclear mass of a comet, V is the total volume considered and τ is the system lifetime. We have first taken into account the whole solar system, where $N_c \sim 2.5 \times 10^6$ (Allen, 1973), $V \sim 3.1 \times 10^{-11} \text{ pc}^3$ and $h_c \sim 4.0 \times 10^{-4} \text{ pc}$ with a radius of 40 AU (Allen, 1973), $\tau \sim 5 \text{ Gyr}$, and $M_c \sim 10^{-16} M_\odot$ (Vanýsek, 1987), so that $Z\check{\gamma}\Psi \sim 6.5 \times 10^{-4} M_\odot \text{ pc}^{-2} \text{ Gyr}^{-1}$. Taking the average heavy element abundance during the solar system lifetime $Z \sim 0.01$, we have $\check{\gamma}\Psi \sim 0.06M_\odot \text{ pc}^{-2} \text{ Gyr}^{-1}$, which is much lower than the $\gamma\Psi$ fraction estimated above. Assuming now the existence of the so-called ‘‘Massive Oort Cloud’’ with $h_c \sim 0.10$

pc for an adopted radius of 10^4 AU (Vanýsek 1987), $V \sim 4.8 \times 10^{-4}$ pc³, $\tau \sim 5$ Gyr, and $M_c \sim 10^{-16} M_\odot$, we need $N_c \sim 10^{13}$ comets to account for most of the residue mass, in agreement with independent results by Stern and Shull (1990), Vanýsek (1987a,b) and Greenberg (1974).

Acknowledgements

H.J.R.-P. wishes to acknowledge gratitude to Dr. L. da Silva for his support. This work was partially supported by UFRJ, CAPES, CNPq and FAPESP.

References

- Allen, C.W.: 1973, *Astrophysical Quantities*, Athlone.
- Bailey, M.E.: 1988, in M.E. Bailey, D.A. Williams, (eds.), *Dust in the Universe*, Cambridge University Press, Cambridge, p. 113.
- Ferrini F., Matteucci F., Pardi C., and Penco, U.: 1992, *Astrophys. J.* **387**, 138.
- Greenberg, J.M.: 1974, *Astrophys. J.* **189**, 19.
- Larson, R.B.: 1992, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **256**, 641.
- Maciel, W.J.: 1992[†], *Astrophys. Space Sci.* **196**, 23.
- Meusinger, H.: 1992, *Astrophys. Space Sci.* **188**, 19.
- Miller G.E., and Scalo, J.M.: 1979, *Astrophys. J. Suppl.* **41**, 513.
- Pagel, B.E.J.: 1989[‡], in J. E. Beckman and B. E. J. Pagel (eds.), *Evolutionary Phenomena in Galaxies*, Cambridge University Press, Cambridge, p. 201.
- Pagel, B.E.J., and Patchett, B.E.: 1975, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **172**, 13.

[†] Esta é a referência Maciel 1992a no final deste trabalho.

[‡] Esta é a referência Pagel 1989a no final deste trabalho.

- Rana, N.C., and Wilkinson, D.A.: 1986, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **218**, 497.
- Schmidt, M.: 1959, *Astrophys. J.* **129** 243.
- Schmidt, M.: 1963, *Astrophys. J.* **137** 758.
- Stern, S.A., and Shull, J.M.: 1990 *Astrophys. J.* **359**, 506.
- Tinsley, B.M.: 1974, *Astrophys. J.* **192**, 629.
- Tinsley, B.M.: 1980, *Fund. Cosm. Phys.* **5**, 287.
- Tinsley, B.M.: 1981, *Astrophys. J.* **250**, 758.
- Tinsley, B.M., and Cameron, A.G.W.: 1974, *Astrophys. Space Sci.* **31**, 31.
- Truran, J.W., and Cameron, A.G.W.: 1971, *Astrophys. Space Sci.* **14**, 179.
- Vanýsek, V.: 1987a, in *Symposium on the diversity and similarity of comets*, ESA SP-278, Brussels, p. 745.
- Vanýsek, V.: 1987b, in J. Palouš (ed.) *10th IAU European Regional Meeting*, Praha, p.279.

5.3. Efeitos conjuntos dos refugos e da astração

No final do capítulo 2 chamamos a atenção para os efeitos análogos produzidos no meio interestelar pelos modelos com *infall* e com *yield* variável. A este conjunto de efeitos análogos, pode-se acrescentar o decaimento. Como mostraram Malaney *et al.* (1989), os processos de diluição no meio interestelar podem ser descritos na forma de “taxas de decaimento”. Portanto, a retenção de núclídeos em objetos não estelares introduz mais um termo de “decaimento” nas equações de evolução. Podemos verificar tal efeito sobre a evolução da razão Th/Eu em função da metalicidade considerando, agora, o modelo com refugos e comparando os resultados com o modelo simples descrito na seção 4.3. São necessárias, portanto, equações gerais de evolução que considerem ambos os processos de astração e retenção de núclídeos em objetos não estelares. Para isto, utilizamos os desenvolvimentos do capítulo 4 e do apêndice III, nos quais podem ser encontrados as definições dos parâmetros não explicitamente indicadas nesta seção.

5.3.1. Equações para evolução de abundâncias

Para encontrarmos a equação para variação de abundância da espécie i no meio interestelar, X^i , devemos utilizar a equação geral (III.24):

$$M_g(t) \frac{dX^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) + E^i(t) - X^i(t)R(t)\Psi(t) - X^i(t)\gamma\Psi(t) + [X_I^i(t) - X^i(t)]I(t), \quad (5.23a)$$

onde P_g e D_g são as taxas de produção e depleção no meio interestelar, E é a taxa de ejeção, R é a fração de retorno, dada pela equação (III.7), Ψ é a taxa de formação generalizada, γ é a fração referente à formação de resíduos e X_I é a abundância no *infall*,

cuja taxa é I . A fim de considerar os efeitos conjuntos da astração e dos refugos, a taxa de ejeção de massa de i , E^i , é obtida das equações (III.11), (III.12) e (4.14). Na aproximação de perda de massa súbita temos

$$E^i(t) = y^i(t) [\zeta + \varepsilon - R(t)] \Psi(t) + \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \Psi(t - \tau_m) \Phi(m) dm, \\ - \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) X^i(t - \tau_m) \xi_{ej}^i(m) \Psi(t - \tau_m) \Phi(m) dm, \quad (5.23b)$$

onde o *yield*, y , é dado pela equação (III.10b), $\zeta + \varepsilon$ é a fração referente à formação de estrelas, Φ é a função de massa inicial generalizada, Q_{ej} é a massa ejetada por uma estrela e ξ_{ej} é a fração de massa inicial destruída na parte ejetada, definida pela equação (4.15). Na aproximação de reciclagem instantânea (5.23b) toma a forma

$$E^i(t) = y^i(\zeta + \varepsilon - R) \Psi(t) + X^i(t) R \Psi(t) - u^i(\zeta + \varepsilon - R) X^i(t) \Psi(t) \quad , \quad (5.23c)$$

onde o *yield* e a fração de retorno independentes do tempo são dados, respectivamente, pelas equações (III.10b) e (III.9) e onde definimos

$$u^i = \frac{1}{\zeta + \varepsilon - R} \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m) \xi_{ej}^i(m) \Phi(m) dm \quad . \quad (5.24)$$

Devido à equação (III.8c), as equações (4.21) e (5.24) são matematicamente idênticas. A invariância no significado dos termos u e y no formalismo clássico e no modelo com refugos, deve-se às propriedades intrinsecamente estelares representadas nestes termos: para as estrelas, não importa se há ou não retenção de metais nos resíduos, desde que a produção e destruição não dependam da abundância inicial.

A equação para a taxa de variação de abundância da espécie i no meio interestelar, na aproximação de reciclagem instantânea, pode ser escrita substituindo-se a equação (5.23c) na equação (5.23a). Temos que

$$M_g(t) \frac{dX^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) + y^i(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) - u^i(\zeta + \varepsilon - R)X^i(t)\Psi(t) - X^i(t)\gamma\Psi(t) + [X_J^i(t) - X^i(t)]I(t). \quad (5.25)$$

A equação acima difere da (4.24) pelo termo $X^i(t)\gamma\Psi(t)$, devido às razões descritas no ítem III.3.1.

Para exemplificar os efeitos conjuntos da astração e dos refugos vamos estabelecer a evolução da razão Th/Eu em função da metalicidade no modelo com refugos, de forma análoga ao procedimento utilizado na seção 4.3. Tanto o modelo da seção 4.3 quanto o que apresentamos a seguir baseiam-se em princípios bastante simples. Entretanto, a comparação entre estes permite-nos verificar as vantagens de um modelo sobre outro.

5.3.2 - Evolução da razão Th/Eu

Consideremos as suposições básicas do modelo simples (ítem 2.4.3, modelo a) e uma taxa de formação generalizada dependente linearmente da massa do gás, na forma

$$(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) = \omega M_g(t) \quad , \quad (5.26)$$

onde ω é uma constante. Devido à equação (III.8b), esta é matematicamente idêntica à equação (4.25). Neste caso, a equação para a evolução da metalicidade, (III.26b), é escrita na forma

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dt} = y^z \omega M_g - Z(t) \frac{\gamma}{\zeta + \varepsilon - R} \omega M_g + [Z_I(t) - Z(t)] I(t) .$$

Tomando $I = 0$, simplificando e definindo

$$\Gamma = \frac{\gamma}{\zeta + \varepsilon - R} = \frac{\gamma}{1 - \gamma - R} , \quad (5.27)$$

[onde a segunda igualdade vem da equação (III.1)], temos

$$\frac{dZ(t)}{dt} = \omega y^z - \Gamma \omega Z(t) , \quad (5.28)$$

cuja solução temporal (considerando metalicidade inicial nula) é

$$Z(t) = \frac{y^z}{\Gamma} (1 - e^{-\Gamma \omega t}) , \quad (5.29)$$

Não podemos utilizar, aqui, o mesmo procedimento da seção 4.3 para avaliar ω , uma vez que é necessário também estabelecer um valor para Γ (ou γ) neste modelo. Para a metalicidade solar, a equação (5.29) fornece

$$Z_{\odot} = \frac{y^z}{\Gamma} (1 - e^{-\Gamma \omega (T_G - t_{\odot})}) , \quad (5.30a)$$

donde temos valores de ω através da equação

$$\omega = - \frac{1}{\Gamma (T_G - t_{\odot})} \ln \left(1 - \frac{\Gamma Z_{\odot}}{y^z} \right) . \quad (5.30b)$$

Vamos assumir, para a metalicidade solar, idade do sistema solar e da Galáxia e o *yield*, os mesmos valores utilizados na seção 4.3: $Z_{\odot} = 0,02$, $t_{\odot} = 4,6$ Gano, $T_G = 20$ Gano e $y^z = 0.01$. Os possíveis valores de Γ [equação (5.27)] são obtidos do apêndice III, da forma que se segue.

A partir da discussão final na seção III.4, devemos escolher valores de γ no intervalo 0,17-0,3. Entretanto, da equação (5.30b), temos que os valores de ω estão restritos à condição $y^z > \Gamma Z_{\odot}$. Para o valor mais alto de γ da tabela III.1, esta condição não é satisfeita, restando portanto, na referida tabela, $\gamma \simeq 0,18$ e $0,23$. Com estes e os respectivos valores de R , através das equações (5.27) e (5.30b) encontramos $\omega \simeq 0,23$ e $0,40$ Gano⁻¹. Utilizando a equação (5.29) para as metalicidades solar e atual, e os respectivos valores acima, encontramos $Z_1 \simeq 1,13$ e $1,03Z_{\odot}$. Vale notar que para $\gamma \rightarrow 0$, encontramos os valores de w e Z da seção 4.3. Evidentemente há uma forte dependência de w na idade da Galáxia. Entretanto, nosso propósito é apenas o de comparar os modelos com e sem refugos na evolução da razão Th/Eu.

Utilizando a equação (5.25) e as mesmas suposições básicas que levam às equações (4.27), encontramos as equações para variação de abundâncias do Eu e Th no meio interestelar, respectivamente,

$$M_g(t) \frac{dX^{Eu}(t)}{dt} = y^{Eu}(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) - X^{Eu}(t)\gamma\Psi(t), \quad (5.31a)$$

$$M_g(t) \frac{dX^{Th}(t)}{dt} = -\lambda X^{Th}(t)M_g(t) + y^{Th}(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) - u^{Th}(\zeta + \varepsilon - R)X^{Th}(t)\Psi(t) - X^{Th}(t)\gamma\Psi(t). \quad (5.31b)$$

onde λ é a constante de decaimento do Th ($\lambda = 0,049$ Gano⁻¹) e u^{Th} é dado pela equação (5.24). Uma vez que este parâmetro é o mesmo nos modelos com e sem refugos, podemos

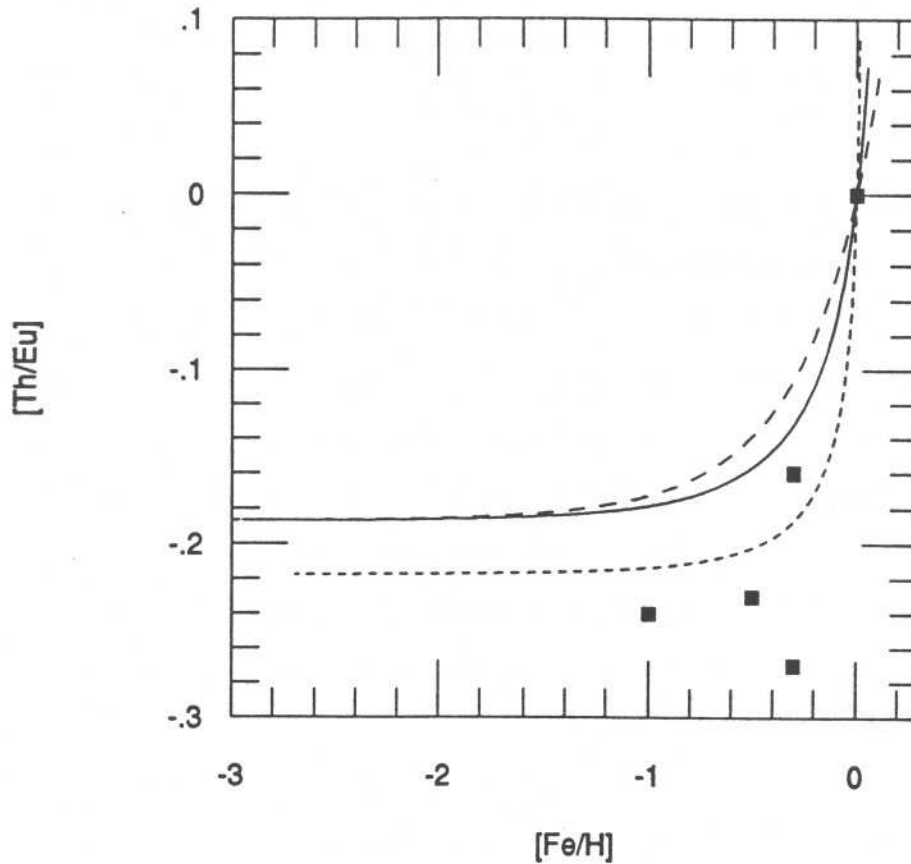


Figura 5.5 - [Th/Eu] versus metalicidade, no modelo com refugos para $\gamma = 0,18$ (linha contínua) e $0,23$ (linha tracejada inferior) (ver texto). Representamos também o modelo da seção 4.3 (linha tracejada superior). Os quadrados representam os dados de da Silva et al. (1990), tais como apresentados por Pagel(1993) (ver tabela 4.1).

utilizar, neste modelo, o mesmo valor calculado na seção 4.3, $u^{Th} = 0,037$. Com a equação (5.26), as (5.31) e utilizando procedimento análogo à da seção 4.3, chegamos às abundâncias observadas hoje, respectivamente,

$$X^{Eu}(t, T_G) = \frac{y^{Eu}}{\Gamma} (1 - e^{-\Gamma \omega t}) \quad , \quad (5.32a)$$

$$X^{Th}(t, T_G) = \frac{\omega y^{Th} e^{-\lambda(T_G-t)}}{\lambda + \omega u^{Th} + \Gamma \omega} \left\{ 1 - e^{-(\lambda + \omega u^{Th} + \Gamma \omega) t} \right\}, \quad (5.32b)$$

onde Γ é dado pela equação (5.27). Portanto, a razão Th/Eu observada hoje é

$$\frac{X^{Th}(t, T_G)}{X^{Eu}(t, T_G)} = \frac{y^{Th}}{y^{Eu}} \frac{\Gamma \omega e^{-\lambda(T_G-t)}}{(\lambda + \omega u^{Th} + \Gamma \omega)} \frac{1 - e^{-(\lambda + \omega u^{Th} + \Gamma \omega) t}}{1 - e^{-\Gamma \omega t}}, \quad (5.33)$$

Com os valores estabelecidos para os parâmetros, podemos traçar a evolução da razão Th/Eu em função da metalicidade utilizando as equações (5.29) e (5.32) [ou (5.33)]. Na figura 5.5 mostramos os resultados para os dois conjuntos de valores de Γ (ou γ) e ω encontrados. Verificamos que o modelo com maiores taxas de formação de resíduos é preferível ($\gamma = 0, 23$). Nota-se que o modelo com refugos induz a um crescimento mais abrupto da razão Th/Eu na região das metalicidade solares. Entretanto, são necessários mais dados de estrelas com altas metalicidades, a fim de confirmar tal crescimento e, conseqüentemente, reforçar a importância da contribuição dos resíduos. No capítulo 7, discutimos estes modelos em relação aos dados de François *et al.* (1993) para estrelas com baixas composições metálicas.

CAPÍTULO 6

Modelo com Refugos e Infall

Utilizamos os modelos analíticos de Clayton (1984, 1985) a fim de verificar os efeitos conjuntos dos refugos e do *infall*. Um *infall* de longa duração é incompatível com taxas não desprezíveis de formação de resíduos. Tomando a metalicidade do *infall* igual a 0,001 e $\gamma = 0,15$ (a metade da fração da taxa de formação generalizada concernente aos resíduos do modelo com refugos), verificamos um bom ajuste simultâneo da distribuição de anãs G e da relação idade-metalicidade para $T_G = 15$ Gano, assumindo um pulso inicial de estrelas de grande massa com duração de 0,02 Gano em um *infall* terminado em 0,5 Gano.

6.1. Introdução

Vamos considerar, agora, os efeitos do *infall*, os quais foram desprezados nas aplicações dos modelos, nos capítulos 3 a 5. O *infall* tradicionalmente consegue explicar o lento enriquecimento do meio interestelar e a falta de estrelas pobres em metais. Por outro lado, o modelo com refugos mostra-se igualmente capaz de reproduzir os dados observacionais mediante uma escolha conveniente de condições iniciais. Ambos os processos, o de retenção de metais em resíduos e o de *infall*, contribuem para a diluição de metais no meio interestelar. A introdução de um segundo processo de diluição em um modelo que já contenha um primeiro, o qual ajusta-se satisfatoriamente aos vínculos observacionais, leva a uma restrição deste (primeiro); caso contrário, a diluição apareceria superestimada em relação aos vínculos. Por exemplo, é possível mostrar que ao combinarmos o modelo de *infall* extremo

de Larson (1972, ver modelo **b** do ítem 2.4.3) e o modelo com refugos, é necessário introduzir algum processo hipotético não estelar de produção de elementos (para compensar a diluição resultante), o que está evidentemente fora de questão. Entretanto, não é demais lembrar que, apesar desta concorrência entre os dois modelos, existe uma diferença fundamental: os refugos produzem “massa escura”, enquanto que o *infall* apenas dilui o meio interestelar. Assim, é interessante complementar o modelo com refugos verificando, por exemplo, de que forma o *infall* pode justificar a existência de condições iniciais tais como as citadas acima, ou mesmo, melhorar o modelo. Para isto, escolhemos os modelos analíticos de Clayton (1984, 1985), que introduziu o *infall* através de um conjunto maleável de parametrizações.

Nos modelos de Clayton, considera-se a aproximação de reciclagem instantânea (ítem 2.4.1) e uma taxa de formação, ψ , linearmente dependente da massa do gás, M_g , na forma já utilizada na seção 4.3 e no ítem 5.3.2:

$$[1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t) = [\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t) = \omega M_g(t) \quad , \quad (6.1)$$

onde ω é uma constante, as frações de retorno \mathcal{R} e R são dadas, respectivamente, pelas equações (2.32) e (III.9), Ψ é a taxa de formação generalizada, e $\zeta\Psi$ e $\varepsilon\Psi$ são as taxas de formação de estrelas de massas baixa e alta. A primeira igualdade é a equação (III.8b).

As equações básicas do modelo com refugos, na aproximação de reciclagem instantânea e para uma taxa nula de *outflow*, escritas a partir das equações (III.22), são

$$\frac{dM(t)}{dt} = I(t) \quad , \quad (6.2a)$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) + I(t) \quad , \quad (6.2b)$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \zeta\Psi(t) \quad , \quad (6.2c)$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = (\varepsilon - R)\Psi(t) \quad , \quad (6.2d)$$

onde M , M_g , M_s e M_r são as massas total, do gás, das estrelas e dos refugos, e I é a taxa de *infall*. Substituindo-se (6.1) nas equações acima, temos

$$\frac{dM(t)}{dt} = I(t) \quad , \quad (6.3a)$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -\omega M_g(t) + I(t) \quad , \quad (6.3b)$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \frac{\zeta}{\zeta + \varepsilon - R} \omega M_g(t) \quad , \quad (6.3c)$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = \frac{\varepsilon - R}{\zeta + \varepsilon - R} \omega M_g(t) \quad . \quad (6.3d)$$

O chamado modelo padrão (número um) de Clayton (1985) contém uma taxa de *infall* decrescente no tempo, a qual pode ser, no presente, tão pequena quanto se queira. Tal *infall* “não terminado” introduz uma diluição no meio interestelar, que é incompatível com os refugos, na medida em que os dois processos, independentemente da idade estabelecida para a Galáxia, só conseguem reproduzir as metalicidades atual e solar quando se assume uma alta taxa de formação estelar [altos valores de ω na equação (6.1)]. Entretanto isto leva a um excesso de estrelas iniciais pobres em metais. Assim, optamos pelo modelo padrão número dois (Clayton 1984), com um “*infall* terminado” em algum instante no passado.

A taxa de *infall* terminado, segundo Clayton (1984), é dada por

$$\begin{aligned} I(t) &= k\omega_1 \cot(\omega_1 t + \Delta) M_g(t) & t < t_o \\ &= 0 & t > t_o \quad , \end{aligned} \quad (6.4)$$

onde k é um inteiro positivo, ω_1 e Δ são parâmetros arbitrários e t_o é o instante em que cessa o *infall*.

No modelo com refugos assumimos um sistema fechado (modelo de uma zona) e definimos o instante zero como aquele em que o disco alcança a massa máxima. Para Clayton, o instante zero é o do início da formação estelar no disco da Galáxia. Assim sendo, é evidente que, para tornar o presente modelo compatível com o estabelecido no capítulo 5, devemos considerar t_o como o *instante zero do modelo com refugos*. Note que os melhores conjuntos de condições iniciais do modelo com refugos assumem a existência de uma formação estelar anterior ao instante zero do modelo. No modelo padrão número dois de Clayton, o instante de término do *infall* é definido pela equação

$$t_o = \frac{1}{\omega_1} \left(\frac{\pi}{2} - \Delta \right) . \quad (6.4)$$

6.2. Evolução das massas e da metalicidade

O modelo com *infall* terminado é descrito pelas equações (14) a (23) de Clayton (1984). Estas diferem das respectivas equações no modelo com refugos e *infall*, que são apresentadas a seguir, por apenas algumas constantes. Para o modelo com refugos e *infall* terminado em t_o , a partir das equações (6.3), (6.4) e (III.26b), podemos escrever o conjunto de equações que se segue para as massas do gás e das estrelas e para a metalicidade. A massa do gás é descrita por

$$\begin{aligned} M_g(t) &= M_g(0) e^{-\omega t} \left[\frac{\text{sen}(\omega_1 t + \Delta)}{\text{sen}\Delta} \right]^k & t < t_o \\ &= \frac{M_g(0)}{\text{sen}^k \Delta} e^{-\omega t} & t > t_o ; \end{aligned} \quad (6.6)$$

a massa das estrelas é dada por

$$\begin{aligned}
 M_s(t) &= \frac{\zeta}{\zeta + \varepsilon - R} \omega M_g(0) \mathcal{I}_k(0, t, -w) & t < t_o \\
 &= M_s(t_o) + \frac{\zeta}{\zeta + \varepsilon - R} \frac{M_g(0)}{\text{sen}^k \Delta} \left(e^{-\omega t_o} - e^{-\omega t} \right) & t > t_o \quad ;
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

e a metalicidade é dada por

$$\begin{aligned}
 Z(t) &= Z_I + \left\{ Z(0) - Z_I + (y^z - \Gamma Z_I) \omega \mathcal{I}_k(0, t, \Gamma \omega) \right\} \times \\
 &e^{-\Gamma \omega t} \left[\frac{\text{sen}(\omega_1 t + \Delta)}{\text{sen} \Delta} \right]^{-k} & t < t_o \\
 &= Z(t_o) e^{-\Gamma \omega (t-t_o)} + \frac{y^z}{\Gamma} [1 - e^{-\Gamma \omega (t-t_o)}] & t > t_o \quad ,
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

onde

$$\mathcal{I}_k(t_1, t_2, x) = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\text{sen}(\omega_1 t + \Delta)}{\text{sen} \Delta} \right]^k e^{x t} dt \quad , \tag{6.9}$$

Γ é dado pela equação (5.27) e Z_I é a metalicidade média do *infall*.

A equação para a massa de refugos pode ser obtida de (6.7), lembrando, das equações (6.3c) e (6.3d), que $dM_s = [\zeta/(\varepsilon - R)]dM_r$. Ainda, a massa total $M = M_g + M_s + M_r$. Vale notar que a equação para a metalicidade neste modelo, (6.8), tem forma análoga à da equação (21) de Clayton (1984) para radionuclídeos. De fato, esta última será idêntica

à (6.8) se substituirmos a constante de decaimento pelo produto $\Gamma\omega$ (cf. seção 5.3) e se $Z(0) = Z_I$ (a igualdade é válida para um Z_I constante desde o início da formação estelar no disco, o que pressupõe uma evolução anterior já terminada no halo).

O problema que se segue é o da escolha dos parâmetros, a qual é evidentemente uma questão complexa, dado o grande número de opções e a dificuldade na apreensão imediata do significado físico dos resultados. Assim, para facilitar a análise, optamos por selecionar, através de argumentos heurísticos, um valor de k e um valor de Γ (ou fração γ da taxa de formação generalizada).

Nos modelos de Clayton, utiliza-se k como regulador do *infall*: $k = 0$ (ausência de *infall*) reproduz os problemas do modelo simples, $k = 1$ reduz o problema das anãs G e $k = 2$ produz um bom ajuste, com o auxílio de um valor não nulo para a metalicidade do *infall* (figura 4 de Clayton 1984). Entretanto, ambos os modelos com $k = 1$ e 2 tomam $t_o \sim 0,9T_G$, o que significa dizer que o *infall* é o provedor da diluição do meio interestelar (ver também Clayton 1988). Pelas razões discutidas no início deste capítulo, não nos interessa um valor elevado de t_o e/ou da taxa de *infall*. Acreditamos, então, que para uma análise dos efeitos conjuntos dos refugos mais *infall* é significativo considerar apenas $k = 1$.

Baseados na discussão final do apêndice III e no modelo do item 5.3.2, estabelecemos os valores de $\gamma \approx 0,17 - 0,23$. A princípio, um novo intervalo, baseado em premissas semelhantes às da seção III.4 ($Z(\text{LIM})$ versus γ) deve ser estabelecido. Entretanto isto exige um grande volume de cálculos, uma vez que a quantidade de parâmetros de ajuste é maior neste modelo. Na verdade, pequenos valores de γ podem ser compensados por um *infall* mais demorado e a uma taxa maior, e vice-versa, surtindo efeitos semelhante, exceto para o início da vida da Galáxia[†]. Entretanto, nosso objetivo é justamente o de verificar as

[†] Um *infall* demorado pressupõe uma quantidade de massa de gás inicial menor e portanto uma possibilidade menor de formação estelar. Uma formação estelar iniciada

possíveis melhorias do modelo já estabelecido (seção 5.2). Escolhemos, então, mais ou menos arbitrariamente na tabela III.1, o valor $\gamma = 0,15$, próximo ao limite inferior estabelecido anteriormente, e a metade do valor considerado no modelo com refugos (seção 5.2). Isto fornece, através da equação (5.27) e da tabela III.1, $\Gamma = 0,29$. Finalmente, escolhemos uma pequena metalicidade do *infall*, $Z_f = 0,001$, que por si só não justifica um bom ajuste da distribuição cumulativa de metalicidade na região de baixas metalicidades.

Para o estabelecimento dos parâmetros t_o , ω , ω_1 e Δ , utilizamos:

- a distribuição cumulativa de metalicidade de anãs G em Pagel (1989a) (ver seção 5.2);
- a relação idade-metalicidade de Twarog (1980);
- as metalicidades solar e atual, respectivamente $Z_\odot \approx 0,02$ e $Z_1 \approx 1,2 Z_\odot$ (seção 5.2).

Tomando a equação (6.8) e $T_G = 12,15,18$ Gano, analisamos os ajustes para a relação idade-metalicidade de Twarog (1980). Utilizamos esta em detrimento da relação mais recente de Calberg *et al.* (1985), pois esta última apresenta uma tendenciosidade para estrelas velhas de baixa metalicidade. De fato, os autores removeram da amostra, estrelas com estimativas incertas de idade e/ou metalicidade, mas isto não significa que elas não existam (Tosi 1988). Tal com em Clayton (1984), consideramos $T_G = 15$ Gano, a melhor opção. Verificamos, como era de se esperar, que maiores valores de t_o exigem maiores valores de ω . Ou seja, é necessário aumentar a taxa de formação estelar para compensar a diluição causada por um *infall* mais duradouro (e, como já foi mencionado, isto agrava o problema das anãs G). Entretanto, mesmo para pequenos valores de t_o , e com a pequena metalicidade assumida para o *infall*, o problema do excesso de estrelas formadas inicialmente com baixas

pouco depois do disco alcançar a massa máxima implica uma formação estelar inicial mais eficiente, o que está em desacordo com as observações, a menos que se suponha uma função de massa inicial que privilegie a formação de altas massas no início da vida da Galáxia.

metalicidades persiste. Para aliviar este problema, deve-se assumir algum mecanismo que cause um crescimento abrupto da metalicidade, concomitantemente à ausência de estrelas de baixa massa. Isto pode ser realizado assumindo-se a hipótese clássica de um pulso inicial de estrelas de grande massa no início da vida da Galáxia, que será apresentado a seguir.

6.3. Pulso inicial de estrelas de grande massa

Truran e Cameron (1971) assumiram o enriquecimento inicial (*prompt initial enrichment*, PIE) devido a uma geração primitiva de estrelas de grande massa do halo. Pagel (1989a) argumenta que um enriquecimento abrupto devido a estrelas de grande massa do halo é inconsistente com as metalicidades observadas e não haveria razões para que este ocorresse somente no disco. Neste trabalho, Pagel assume o O como indicador de metalicidade. Wheeler *et al.* (1989) consideram o O como indicador da história passada das estrelas de grande massa. Estes últimos autores, entretanto, lembram que um *yield* devido a estrelas de até $100 M_{\odot}$ leva a uma superprodução do O que é incompatível com as observações, o que pode restringir o limite superior de massas em $\sim 30 M_{\odot}$ (Wheeler *et al.* 1989, seção 6, e referências aí contidas). Dopita (1991), o qual fez uma revisão concisa das fontes de enriquecimento do meio interestelar, considera o limite inferior de $12 M_{\odot}$ para supernovas tipo II, principais responsáveis pela produção do O, e um limite superior não restrito ao valor citado acima. Maeder (1992) avalia *yields* líquidos [que podem ser definidos pela equação (4.22)] dependentes da metalicidade, baseando-se em modelos de estrelas com massas iniciais de 1 a $120 M_{\odot}$, e em hipóteses alternativas para a formação de buracos negros gerados por estrelas com diferentes massas iniciais. Ele conclui que os *yields* líquidos são fortemente variáveis e decrescem na direção de menores valores do *limite inferior da massa inicial capaz de gerar um buraco negro*, M_{BH} (para baixos valores de M_{BH} supõe-se que a estrela remanescente é tragada pelo objeto central, enquanto os altos valores pressupõe a ejeção das camadas exteriores ao remanescente). Conclui, ainda, que a fim de restringir os *yields* aos valores “observados” (sic) (obtidos dos vínculos provenientes dos modelos de evolução

química), é necessário considerar $M_{BH} \approx 20$ a $25 M_{\odot}$. Por outro lado, os modelos com refugos provêm os modelos de uma mecanismo alternativo de diluição, cujos efeitos ainda não estão totalmente avaliados, e que são matematicamente análogos a um *yield* variável (ver final do capítulo 2). Isto pode ser capaz de justificar os baixos valores “observados”. Assim, entendemos que esta questão da maior massa capaz de gerar O ainda é controversa. Mais ainda, devemos ser consistentes com a escolha anterior do intervalo de massas utilizado no cálculo dos parâmetros do modelo.

Assumimos que tanto o halo como o disco são descritos por modelos com refugos, consideramos um pulso inicial de estrelas de grande massa inicialmente no halo, que provê o disco de uma metalicidade inicial e, posteriormente, no disco. Podemos então avaliar, no modelo com refugos e *infall*, os resultados de tal pulso no disco. Ainda, devido aos argumentos anteriores, não fazemos restrição à maior massa estelar capaz de gerar o O.

Assumimos um pulso inicial de estrelas com massas no intervalo entre 10 e $\sim 100 M_{\odot}$, que produzem um *yield* constante, y_o^z , no intervalo de tempo $0 < t < t_i$, onde t_i é o instante no qual inicia-se a formação de estrelas de todas as massas. Tomamos $t_i = 0,02$ Gano (Cowan *et al.* 1991, pg. 348). No modelo com refugos que considera tal pulso, no intervalo de tempo $0 < t < t_i$ temos uma taxa de formação nula para estrelas de baixa massa, $\zeta = 0$, e conseqüentemente uma taxa nula de formação de resíduos, $\gamma = 0$. Portanto, neste intervalo de tempo e para o intervalo de massas considerado, a função de massa inicial generalizada é normalizada, tal que $\varepsilon = 1$ [ver equação (5.7)]. Para o cálculo do *yield* inicial tomamos o “*yield* adimensional por geração” de Arnett (1978), associado à função de massa inicial com uma inclinação 4/3, que é 0,034. Este, multiplicado pela fração retida em estrelas e remanescentes considerada em Arnett (= 0,85), fornece a integral $\int Q_i \Phi dm$ [ver equação (III.10b)]. Tomando como desprezíveis, em Arnett, as produções devidas às estrelas com massas iniciais inferiores a $10 M_{\odot}$, então a referida integral dividida pela fração

retida nos remanescentes iniciais, $(1 - R)_o$ (calculado para o intervalo de massas considerado e utilizando a função de massa inicial generalizada $\Phi_o \propto m^{-4/3}$), fornece o *yield* y_o^z desejado. Através da equação (III.9) temos $(1 - R)_o = \int w \Phi_o dm$, no qual podemos considerar uma massa remanescente $w = 1.4 M_\odot$ para cada estrela de alta massa. Encontramos $(1 - R)_o = 0,03$, o que fornece $y_o^z = 0,96$.

As equações para as massas e para a metalicidade devem ser modificadas para levar em conta os três intervalos de tempo distintos do modelo. Baseados nas equações (6.6) a (6.8) temos, a massa do gás:

$$\begin{aligned} M_g(t) &= M_g(0) e^{-\omega t} \left[\frac{\text{sen}(\omega_1 t + \Delta)}{\text{sen} \Delta} \right]^k & t < t_o \\ &= \frac{M_g(0)}{\text{sen}^k \Delta} e^{-\omega t} & t > t_o \quad ; \end{aligned} \quad (6.10)$$

a massa das estrelas:

$$\begin{aligned} M_s(t) &= 0 & t < t_i \\ &= \frac{\zeta}{\zeta + \varepsilon - R} \omega M_g(0) \mathcal{I}_k(t_i, t, -\omega) & t_i < t < t_o \\ &= M_s(t_o) + \frac{\zeta}{\zeta + \varepsilon - R} \frac{M_g(0)}{\text{sen}^k \Delta} (e^{-\omega t_o} - e^{-\omega t}) & t > t_o \quad ; \end{aligned} \quad (6.11)$$

a massa dos refugos [obtida das equações (6.3c), (6.3d) e (6.7)]:

$$\begin{aligned}
M_r(t) &= \omega M_g(0) \mathcal{I}_k(0, t, -w) & t < t_i \\
&= M_r(t_i) + \frac{\varepsilon - R}{\zeta + \varepsilon - R} \omega M_g(0) \mathcal{I}_k(t_i, t, -w) & t_i < t < t_o \\
&= M_r(t_o) + \frac{\varepsilon - R}{\zeta + \varepsilon - R} \frac{M_g(0)}{\text{sen}^k \Delta} \left(e^{-\omega t_o} - e^{-\omega t} \right) & t > t_o ;
\end{aligned} \tag{6.12}$$

e a metalicidade:

$$\begin{aligned}
Z(t) &= Z_I + y^z \omega \mathcal{I}_k(0, t, 0) \left[\frac{\text{sen}(\omega_1 t + \Delta)}{\text{sen} \Delta} \right]^{-k} & t < t_i \\
&= Z_I + \left\{ Z(t_i) - Z_I + (y^z - \Gamma Z_I) \omega \mathcal{I}_k(t_i, t, \Gamma \omega) \right\} \times \\
&\quad e^{-\Gamma \omega t} \left[\frac{\text{sen}(\omega_1 t + \Delta)}{\text{sen} \Delta} \right]^{-k} & t_i < t < t_o \\
&= Z(t_o) e^{-\Gamma \omega (t-t_o)} + \frac{y^z}{\Gamma} [1 - e^{-\Gamma \omega (t-t_o)}] & t > t_o ,
\end{aligned} \tag{6.13}$$

onde os \mathcal{I}_k são dados pela equação (6.9) e Γ , pela equação (5.27). A distribuição cumulativa de metalicidade dependente do tempo [comparar com (2.47) ou (5.17)]:

$$S(t) = \frac{M_s(t)}{M_s(T_G)} = \frac{M_s}{M_{s1}} , \tag{6.14}$$

pode ser obtida da equação (6.11). A distribuição de anãs G teórica pode ser obtida traçando-se simultaneamente $S(t)$ [de (6.11) e (6.14)] e

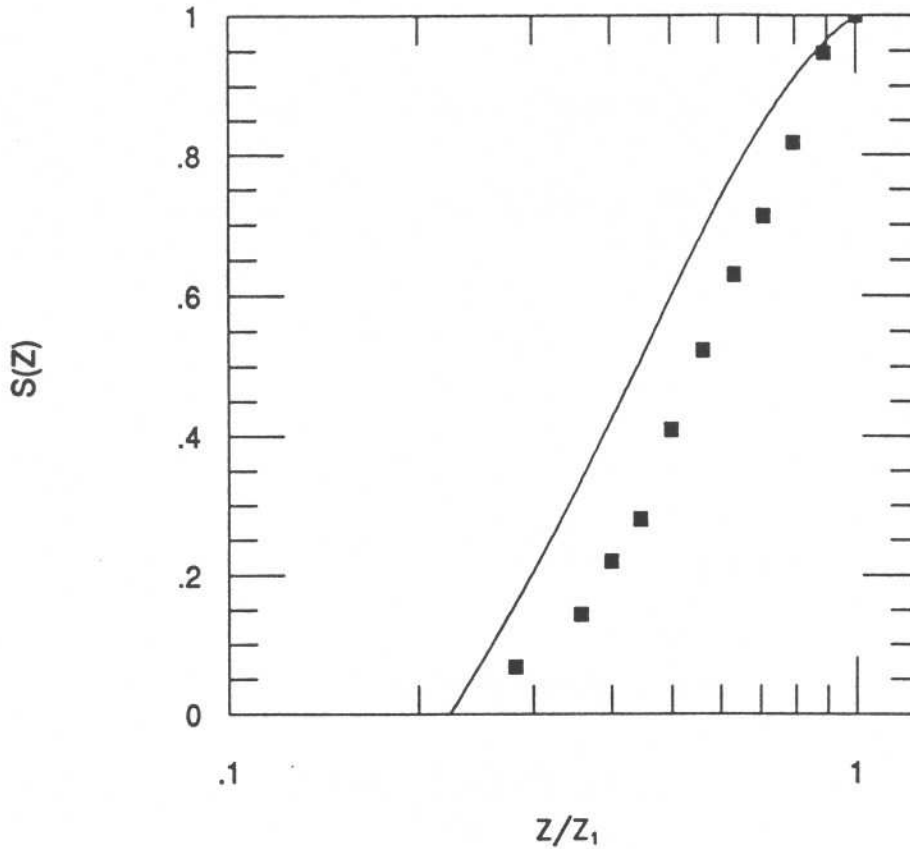


Figura 6.1 - Distribuição cumulativa de metalicidade para o modelo com refugos, *infall* e um pulso inicial de estrelas de grande massa (ver texto). Os quadrados representam os dados para as anãs G de Pagel (1989a).

$$\log \left[\frac{Z(t)}{Z(T_G)} \right] = \log \left[\frac{Z}{Z_1} \right] , \quad (6.15)$$

obtida através da equação (6.13) (ver figura 6.1). A equação (6.13) é ainda utilizada para traçar a relação idade-metalicidade teórica, tomando-se

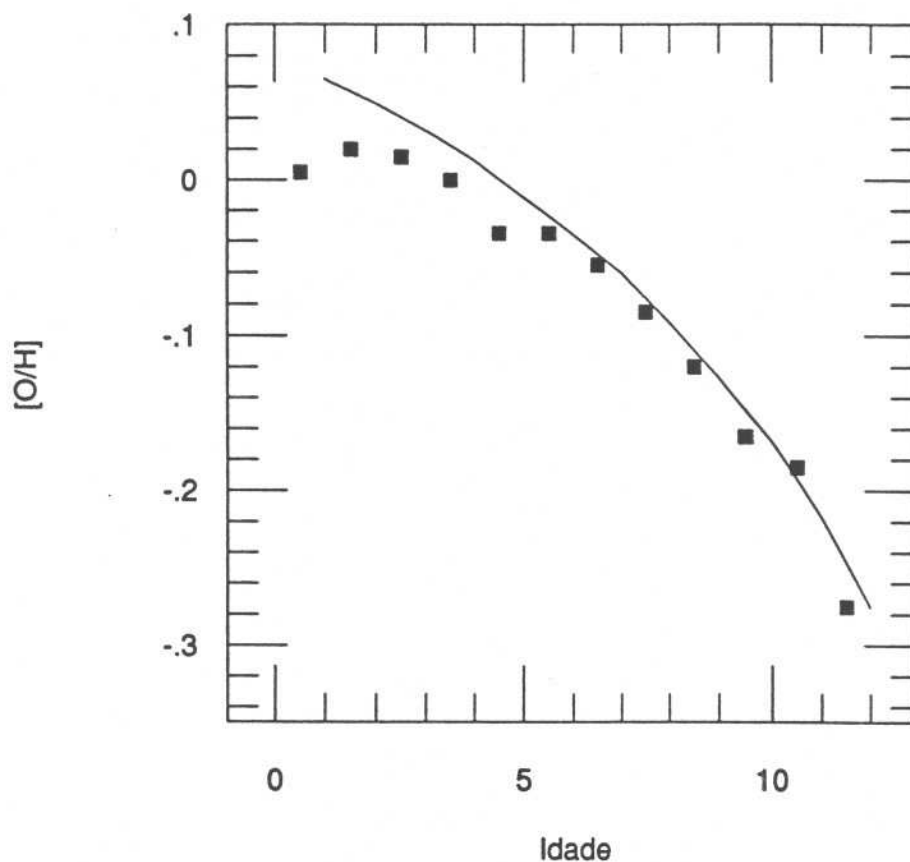


Figura 6.2 - Relação idade-metalicidade para o mesmo modelo que o da figura 6.1. Os quadrados representam os dados de Twarog (1980).

$$\log \left[\frac{Z(t)}{Z(T_G - t_\odot)} \right] = \log \left[\frac{Z}{Z_\odot} \right] \quad (6.16)$$

idêntico à $[O/H]$, onde $t_\odot = 4,6$ Gano, e a “idade” como $T_G - t$ (ver figura 6.2).

Nas figuras 6.1 e 6.2 mostramos, respectivamente, a distribuição de anãs G de Pagel (1989a) (ver seção 5.2) e a relação idade-metalicidade de Twarog (1980), na qual convertemos

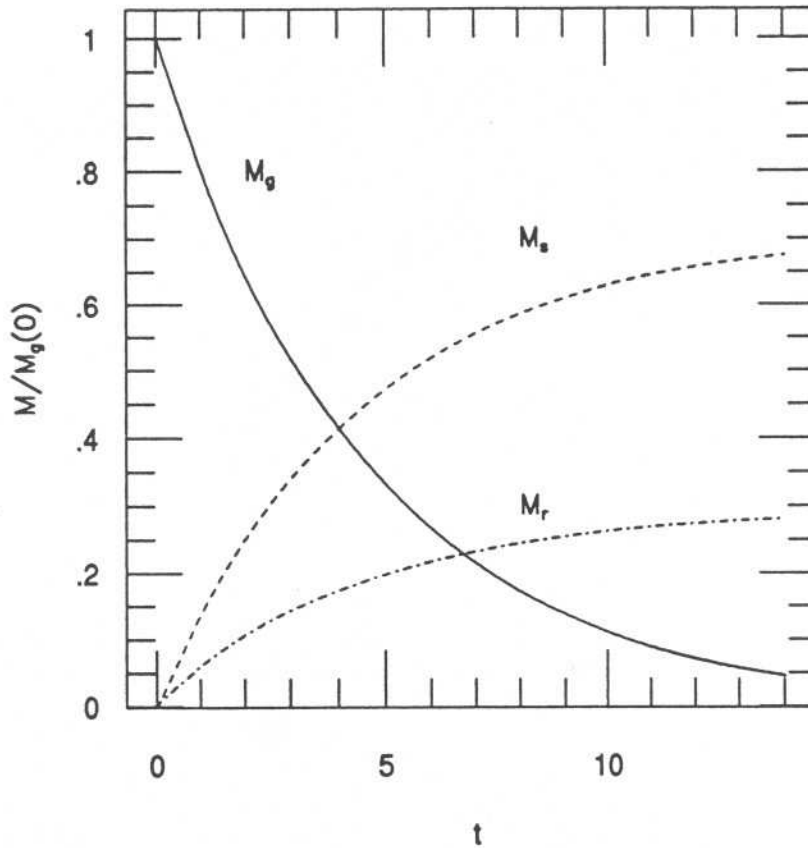


Figura 6.3 - Evolução das massas do gás (M_g), das estrelas (M_s), dos refugos (M_r), para o mesmo modelo que o das figuras 6.1 e 6.2.

as abundâncias $[\text{Fe}/\text{H}]$ para $[\text{O}/\text{H}]$, utilizando a razão $[\text{O}/\text{Fe}]$ referida por Pagel (1989a). Os melhores ajustes simultâneos, para as condições iniciais assumidas ($k = 1$, $\Gamma = 0,29$, $Z_f = 0,001$, $t_i = 0,02$ e $y_o^z = 0,96$), foram obtidos com os parâmetros T_G e t_o , respectivamente, 15 e 0,5 Gano , ω e ω_1 , respectivamente, 0,22 e 0,14 Gano^{-1} , e $\Delta = 1,5$. Para estes valores, temos $Z_\odot = 0,02$, $Z_1 = 1,2 Z_\odot$ e $Z(t_o) = 0,26 Z_1$. Como observado no final da seção 6.1, este último pode ser considerado uma condição inicial do modelo de uma zona com refugos, uma vez que t_o é suficientemente pequeno em relação à idade da Galáxia. Para os valores

acima, traçamos, na figura 6.3, as evoluções das massas do gás (M_g), das estrelas (M_s), dos refugos (M_r), utilizando as equações (6.10) a (6.12) [a taxa de *infall*, para $t < t_o$ é descrita através das equações (6.4) e (6.10); na escala da figura é desprezível e não está representada; o retardo (t_i) para o nascimento das estrelas que vivem para sempre é imperceptível nesta escala]; na figura, as quantidades encontram-se em unidades de massa inicial do gás, $M_g(0)$.

CAPÍTULO 7

Conclusões e Perspectivas

Alguns dos principais resultados deste trabalho são fornecidos no resumo, e não são repetidos aqui. Fazemos algumas observações complementares e outras que têm a finalidade de situar as perspectivas que se apresentam no futuro.

7.1. Conclusões

As teorias de evolução química da Galáxia vem-se multiplicando desde os trabalhos originais de Schmidt (1959, 1963). Como não poderia deixar de ser, a multiplicidade de modelos é acompanhada da multiplicidade de notações a qual torna ainda mais complexa a apreensão do significado das equações. Tivemos, neste sentido, uma preocupação didática, apresentando o formalismo básico por meio de equações gerais (capítulo 2). Uma análise de tais equações nos levou a questionar o significado de alguns termos. Identificamos ambigüidades em algumas definições usuais. Ainda, a revisão de conceitos abriu novas possibilidades para os pressupostos teóricos.

Os desenvolvimentos dos capítulos 3 e 4 partem das seguintes suposições relativas às taxas estelares de produção e depleção líquidas (capítulo 3): consideramos como processo de depleção estelar somente aquele que ocorre sobre elementos pré-existentes à época de formação das estrelas, e a produção estelar como o produto líquido de novas espécies devido a processos ocorridos na geração estelar em questão. Assim sendo, não é possível ignorar a depleção de um dado nuclídeo desde que este seja matéria prima para a formação de outra espécie, a menos que esta depleção seja desprezível em relação à produção. Mostramos, no

capítulo 3, que em nebulosas planetárias tipo I, pode ocorrer uma diferença de até 30% na massa total do O em relação ao modelo básico apresentado em Tinsley (1980).

Nossa definição da função de destruição de Malaney *et al.* (1989) em termos de parâmetros estelares (equação 4.3) tem a vantagem do rigor matemático. Mostramos que a função de destruição pode ser parte integrante de uma equação *geral* de evolução de núclídeos (equação 4.24), que substitui a equação utilizada para o conjunto dos metais [equação (2.41a)], na qual está subentendida um *yield* líquido [equação (4.22)] que contém processos de depleção. Assim, podem ser considerados separadamente os processos de depleção e produção de núclídeos individuais (tal como se procede usualmente com núclídeos radioativos). Ainda, este formalismo é mais geral, dado que mostramos (capítulo 3) que o conjunto dos metais deve ser descrito pelas equações do formalismo em Tinsley (1980). No apêndice II, mostramos a consistência entre os formalismos dos capítulos 3 e 4, relativos à taxa de depleção.

O modelo com refugos (capítulo 5 e apêndice III) tem aplicações mais imediatas e evidentes que as anteriores. Apesar das equações deste modelo serem análogas às de Tinsley e Cameron (1974), a diferença essencial é conceitual. Tal diferença nos possibilitou, em última instância, chegar aos resultados passíveis de comparação com vínculos observacionais. No modelo com refugos, assumimos a aproximação de reciclagem instantânea e consideramos, separadamente, a evolução de estrelas de baixa e alta massa e dos refugos (que compreendem os remanescentes e os resíduos). As taxas de formação das estrelas de baixa massa, de alta massa e dos resíduos são, respectivamente, $\zeta\Psi$, $\varepsilon\Psi$ e $\gamma\Psi$, onde Ψ é a taxa de formação generalizada. Definimos a função de massa inicial generalizada, que tem forma análoga à da função de massa inicial para estrelas e é não nula para massas não estelares (ver por exemplo figura III.1). Assumimos que estes últimos objetos, uma vez formados, sofrem evaporação total ou parcial do H e He, de tal forma que suas massas são essencialmente metálicas. Assim, a função de massa inicial generalizada acentuada, prevista pelo

modelo, não pode ser estimada pelos métodos usuais (Scalo 1986 e referências aí contidas). Mostramos a consistência entre os formalismos clássicos e o dos refugos no apêndice III. Parece-nos, agora, evidente a necessidade de introduzirmos a função de massa inicial e a taxa de formação generalizadas. De outra forma, não é possível definir as frações da taxa de formação generalizada responsáveis pela formação de resíduos (γ) e de estrelas (ζ e ε). Note-se que são justamente estas que dão maleabilidade ao modelo e tornam possível especular acerca da existência de resíduos (que sofrem evaporação) em quantidades não desprezíveis. Por outro lado, apesar da suposição de evaporação estar contida implicitamente no formalismo de Tinsley e Cameron, como também, e explicitamente, a suposição de uma massa estelar dando formação aos resíduos associados à cada estrela, não é possível, através de seus resultados, chegar a conclusões relevantes. Além disso, cabe a observação de que a nova classificação de objetos que desenvolvemos permite, de maneira mais adequada, a comparação do modelo com os dados observacionais disponíveis. Como estes últimos são relativos apenas a estrelas, eles estão diretamente relacionados às previsões teóricas dos objetos da categoria estelar. No caso dos modelos em geral utilizados, os dados de contagens estelares estão sendo comparados a objetos que contêm implicitamente os refugos, cuja contribuição assume-se como desprezível.

Uma comparação, baseada em pressupostos simples, dos modelos com e sem refugos para a evolução da razão Th/Eu (seção 4.3 e ítem 5.3.2) mostra claramente uma vantagem dos refugos (figura 5.5). Entretanto, uma questão complexa é explicar as distribuições [Th/Eu] *versus* [Fe/H] em François (1993) ou François *et al.* (1993) para [Fe/H] < -1,5 em gigantes: há um crescimento da razão na direção de baixas metalicidades. Estes dados ainda são controversos, tanto do ponto de vista espectroscópico quanto do ponto de vista evolutivo. Pagel (1993) afirma que este comportamento, caso seja confirmado, pode indicar uma variação nos *yields* de elementos de processo r no início da vida da Galáxia, fato que torna suspeita qualquer conclusão acerca das determinações de idades via cronômetros radioativos. Além disto, não podemos descartar os problemas conhecidos existentes em

relação à evolução do Fe, cuja produção é devida, principalmente, a supernovas de menor massa, tipo I, para as quais é inadequada a aproximação de reciclagem instantânea e para as quais é necessário determinar a época, na vida da Galáxia, em que passam a ser mais frequentes (Pagel 1989b, de Freitas Pacheco 1993, Edvardsson *et al.* 1993, Prantzos *et al.* 1994). De qualquer forma, é impossível reproduzi-los através dos nossos modelos. Outro problema de compreensão ainda mais difícil nos dados apresentados por François *et al.* (1993) é a distribuição [Th/Fe] *versus* [Fe/H] para quaisquer metalicidades. A questão é que ao calcularmos as razões de abundâncias nos modelos apresentados, os comportamentos do [Th/Eu] e do [Th/Fe] são idênticos: considerando $[Th/X] = \log[Th/Th_{\odot}] - \log[X/X_{\odot}]$, onde X representa o Eu ou o Fe, e considerando $[Fe/H] = [Z/Z_{\odot}]$, as razões X/X_{\odot} podem ser calculadas, respectivamente, pelo par de equações (4.26) e (4.31a) no modelo simples, e pelo par (5.29) e (5.32a) no modelo com refugos [X/X_{\odot} calculado por (4.26) é igual ao calculado por (4.31a) e o mesmo ocorre para o outro par]. Entretanto, as respectivas distribuições observacionais, Th/Eu e Th/Fe, em função da metalicidade apresentam um comportamento oposto, uma sendo uma espécie de imagem espelho da outra. Desta forma, fica difícil decidir onde encontra-se o problema teórico. Certamente há uma indefinição da evolução do Fe, como mencionado anteriormente. Por outro lado, se os dados de François *et al.* para baixas metalicidades puderem ser comprovados como reais, pode-se também suspeitar da descrição da evolução do Eu e/ou de um *yield* fortemente variável na história da Galáxia. Ou seja, as respostas a estas questões permanecem inconclusivas.

O modelo com refugos e *infall* apresentado neste trabalho pode ser considerado apenas uma investigação preliminar para a análise da importância dos dois modelos na evolução química da Galáxia. Entretanto, mesmo desta análise simples, é possível concluir alguns fatos importantes. Verificamos que há uma forte concorrência entre os modelos de uma zona com refugos (seção 5.2) e os modelos com *infall*. Isto é compreensível, mesmo do ponto de vista qualitativo, pois ambos os processos diluem os metais no meio interestelar. De fato, dosando taxas de formação estelar, de resíduos e taxas de *infall* temos ingredientes para

a obtenção de modelos viáveis da evolução química da Galáxia. Entretanto, há pelo menos duas diferenças fundamentais na utilização ou dos refugos ou do *infall* (um em detrimento do outro). Em primeiro lugar, para o início da vida da Galáxia, os comportamentos do *infall* e dos refugos são, respectivamente, decrescente e crescente no tempo. Ou seja, enquanto o *infall* pode ajustar-se à distribuição de metalicidade das anãs G, justificando a baixa densidade do gás inicial, os refugos requerem um pulso inicial de formação de estrelas de grande massa para justificar a mesma distribuição (seção 6.3). Isto pode ser entendido da seguinte forma: suponha uma alta taxa de *infall* que justifique uma baixa taxa de formação estelar inicial em um gás pouco denso (isto explica a escassez de estrelas com baixas metalicidades); tal *infall* necessariamente tem uma duração incompatível com a existência dos refugos, uma vez que não faz sentido supor que este cesse repentinamente, dando lugar aos refugos. Em segundo lugar, a diferença ainda mais crucial entre a utilização dos refugos ou do *infall* é que os refugos produzem uma massa escura, que pode ser avaliada através de modelos de evolução química da Galáxia.

7.2. Perspectivas

Neste trabalho aprofundamo-nos em alguns aspectos teóricos básicos e, a partir disto, construímos alguns refinamentos dos modelos de evolução química da Galáxia. Entretanto reconhecemos que a validade do progresso alcançado (e dos progressos futuros) reside nas observações. Algumas das perspectivas para projetos futuros situam-se neste contexto e são colocadas como sugestões para práticas e análises observacionais. A partir das discussões descritas no resumo e na discussão da seção anterior, podemos traçar as perspectivas que se seguem.

- O resultado do capítulo 3 é essencialmente um exercício teórico acerca das taxas de produção e de depleção no formalismo básico. Entretanto é necessário mostrar as diferenças quantitativas na utilização ou da equação de conservação em Tinsley (1980) ou da equação

por nós desenvolvida, para a evolução de alguns elementos (e em um contexto mais geral que o das nebulosas planetárias). Esta questão está diretamente conectada ao desenvolvimento do capítulo 4, através da demonstração no apêndice II. Ou seja, será interessante verificar as diferenças entre os resultados dos cálculos de *yields* líquidos e dos cálculos separados de produção e depleção sobre a evolução dos elementos individuais. Com isto, através do referido apêndice, podemos conectar os resultados com as equações do capítulo 3 e verificar os efeitos dos dois tipos de cálculos.

- Para o estudo da evolução do par Th/Eu, acreditamos ser fundamental obter distribuições do Th/Eu relativas ao O (para o qual é válida a aproximação de reciclagem instantânea), a fim de analisar problemas individuais com o Eu, apesar das incertezas nas abundâncias do O em estrelas do halo (Spite 1992, Barbuy 1992, e referências aí contidas). De qualquer forma, a comparação entre os modelos que consideram a astração com e sem refugos (seções 4.3 e 5.3) mostra-se promissora. Esta comparação foi possibilitada com as observações estelares do Th. Entretanto, há um outro nucleocronômetro importante, o ^{187}Re , que também fornece estimativas de idade galáctica através do par Re/Os e que, segundo Yokoi *et al.* (1983), também sofre influência da astração. Gostaríamos de ter acesso às observações de abundâncias estelares do Re, para compararmos sua evolução com nossas previsões, tal como fizemos com o Th. Entretanto, existem impedimentos de natureza observacional (pode ser detectado no ultravioleta). Problema análogo ocorre também com o U (ver resumo) o qual, devido às pequenas abundâncias, envolve determinações muito difíceis.

- Acerca do capítulo 5 e do apêndice III, e sob o ponto de vista teórico, ficou faltando mostrar a comparação entre nosso trabalho e os de Tinsley e Cameron (1974) e de Vanýsek (1987a,b), o que pode ser feito em um próximo trabalho.

- As perspectivas em relação ao modelo com refugos são bastante amplas, principalmente se o analisarmos juntamente com os modelos com *infall* (capítulo 6). Por exemplo, é interessante verificar os resultados dos modelos com baixas taxas de formação de resíduos e altas taxas de *infall*. Adicionalmente, verificar os efeitos de vários pulsos iniciais de estrelas

de grande massa com durações variáveis. Isto exige um grande volume de cálculos, e é a perspectiva mais imediata de um trabalho futuro.

- O modelo com refugos mais abstração pode ser enriquecido com um estudo da dependência dos parâmetros nas idades estimadas para a Galáxia e com um estudo comparativo das idades obtidas de ajustes da razão de abundâncias *versus* metalicidade, no modelo com refugos, e de ajustes via métodos de datação nuclear (nucleocosmocronologia). Isto foi realizado por Pagel (1989a) para os modelos com *infall* de Lynden-Bell (1975) e de Clayton (1988, e referências aí contidas). Ainda, uma vez que a evolução da metalicidade depende dos modelos e, conseqüentemente, da idade da Galáxia, a questão da utilização da evolução da metalicidade como traçador da escala de evolução galáctica (discutida no capítulo 1), deve ser reanalisado com base no novo modelo proposto. As próprias estimativas de idade a partir de pares cronômetros devem ser reanalisadas sob as perspectivas do modelo com refugos.

- A possibilidade de quantidades não desprezíveis de resíduos metálicos acompanhando cada estrela de baixa massa nos leva a questionar como comprovar tal hipótese. Atualmente existem projetos tais como o OGLE (*optical gravitational lensing experiment*), o projeto MACHO (*massive compact halo objects*) e o EROS (*expérience de recherche d'objets sombres*) que têm como parte de seus objetivos, detectar objetos planetários. Entretanto os procedimentos envolvidos não permitem a detecção de objetos cometários devido às pequenas dimensões destes últimos. Para os nossos propósitos, a procura de objetos do anel de Kuiper através da astronomia de ocultação (F. J. Dyson, January 1994, *S&T*, 26) é mais interessante. Finalmente, existe a possibilidade de detectar espectroscopicamente, em Júpiter, zonas heterogêneas enriquecidas transitoriamente por metais provenientes do cometa Shoemaker-Levy 9 (devido ao choque em julho de 1994), caso este, segundo nossas previsões, seja um objeto essencialmente metálico.

APÊNDICE I

Definições em Miller e Scalo (1979)

Apresentamos, a seguir, relações entre a notação em Miller e Scalo (1979) e Tinsley (1980).

I.1. A função de massa inicial

Miller e Scalo definem a **função de criação**, $C(\log m, t)$, como o número de estrelas do campo, por unidade de área do disco galáctico, no intervalo de massa logarítmica $(\log m, \log m + d \log m)$, no intervalo de tempo $(t, t + dt)$,

$$C(\log m, t) d \log m dt = \frac{b(t)}{T_G} \xi(\log m) d \log m dt \quad , \quad (\text{I.1})$$

onde T_G é a idade da Galáxia; $b(t)$ é a taxa de nascimento relativa, tal que

$$\int_0^{\infty} b(t) dt = T_G \quad , \quad (\text{I.2})$$

$$b(t) = \frac{B(t)}{\langle B \rangle} \quad , \quad (\text{I.3})$$

onde

$$B(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\log m, t) d \log m \quad , \quad (\text{I.4})$$

$$\langle B \rangle = \frac{1}{T_G} \int_0^{T_G} B(t) dt \quad ; \quad (\text{I.5})$$

e $\xi(\log m)$ é a **função de massa inicial**, definida como o número de estrelas do campo, de massa m , algum dia formadas, por parsec quadrado, por unidade logarítmica de massa, ou seja,

$$\xi(\log m) = \int_0^{T_G} C(\log m, t) dt \quad . \quad (\text{I.6})$$

Na seção 2.1, chamamos atenção para o falta de rigor quanto ao fato das quantidades representarem, de fato, densidades superficiais. Entretanto, do ponto de vista teórico, comparando a definição da função de criação acima com a função definida em (2.1), podemos escrever que a função de criação, em termos da taxa de formação estelar ψ e da função de massa inicial ϕ (ver definições no capítulo 2), é

$$C(\log m, t) d \log m dt = \psi(t) \phi(m) dm dt \quad , \quad (\text{I.7})$$

ou, usando a relação $(d \log m)/dm = (\log e)/m$,

$$C(\log m, t) dt = \frac{m}{\log e} \psi(t) \phi(m) dt \quad , \quad (\text{I.8})$$

ou, integrando para a vida da Galáxia,

$$\int_0^{T_G} C(\log m, t) dt = \frac{m}{\log e} \phi(m) \int_0^{T_G} \psi(t) dt \quad . \quad (\text{I.9})$$

Utilizando as equações (I.6) e (I.9), e rearranjando os termos, podemos escrever a relação entre as funções de massa inicial em Tinsley e Miller e Scalo,

$$\phi(m) = \frac{\log e}{\mathcal{M}} \frac{\xi(\log m)}{m} \quad , \quad (\text{I.10})$$

onde

$$\mathcal{M} = \int_0^{T_G} \psi(t) dt = \log e \int_{m_l}^{m_u} \xi(\log m) dm \quad . \quad (\text{I.11})$$

sendo que, para a obtenção da última igualdade, utilizamos a normalização de ϕ [equação (2.3)], na equação (I.10); m_l e m_u são as massas estelares mínima e máxima.

Uma representação analítica da função de massa inicial é fornecida pela equação (32) de Miller e Scalo:

$$\xi(\log m) = D_0 m^{D_1} \quad , \quad (\text{I.12})$$

onde D_1 é a inclinação da função de massa inicial. Os coeficientes são dados na *tabela 7* de Miller e Scalo para três modelos da taxa de nascimento (seção I.2) e para idades da Galáxia de 9, 12 e 15 Gano. Da *tabela citada* temos que, para os modelos com taxas de nascimento extremas crescente (*maximum increasing*, MI) ou decrescente (*maximum decreasing*, MD) [ver equação (I.14)], os parâmetros não dependem da idade da Galáxia.

I.2. As taxas de nascimento e de formação estelar

Das equações (I.1) e (I.7) temos

$$\psi(t)\phi(m) dm dt = \frac{b(t)}{T_G} \xi(\log m) d \log m dt$$

ou

$$\psi(t)\phi(m) = \frac{b(t)}{T_G} \xi(\log m) \frac{\log e}{m}$$

Utilizando (I.10) na equação acima, temos

$$\psi(t) = \frac{b(t)}{T_G} \mathcal{M} \quad , \quad (\text{I.13})$$

onde \mathcal{M} é dado pela equação (I.11).

As taxas de nascimento utilizadas por Miller e Scalo no cálculo da função de massa inicial são as *crescente e decrescente extremas*, respectivamente designadas por MI e MD, e a *constante*. As duas primeiras são dadas por

$$b(t) = \frac{T_G e^{t/\tau}}{\tau \left[e^{T_G/\tau} - 1 \right]} \quad , \quad (\text{I.14})$$

onde τ , que tem valores positivos ou negativos conforme os modelos exponencias extremos crescente ou decrescente, é dado na *tabela 6* de Miller e Scalo para $T_G = 9, 12, 15$ Gano. A taxa de nascimento constante é, simplesmente,

$$b(t) = 1 \quad . \quad (\text{I.15})$$

Em geral, assume-se uma taxa de nascimento exponencial decrescente, o que corresponde, nas palavras de Miller e Scalo, a uma taxa de nascimento diretamente proporcional à densidade média do gás.

APÊNDICE II

Consideração relativa à Taxa de Depleção

Demonstramos, a seguir, a consistência entre as equações (3.5), (3.8) e (4.13) deste trabalho.

Obtivemos a equação (3.8), admitindo que a taxa de formação estelar no intervalo $t - \tau_m < t' < t - g\tau_m$ é aproximadamente constante, ou seja, $\psi[t'(m, t)] \approx \psi(t - \tau_m)$, onde $t'(t, m)$ é o instante de nascimento de cada estrela de massa m que contribui para a taxa de depleção estelar de metais [equação (3.5)] no instante t considerado. Assim, das equações (3.5) e (3.8) podemos escrever que

$$\int_{t-\tau_m}^{t-g\tau_m} \beta_m^i(t, t') dt' = J^i(m, t) \quad , \quad (\text{II.1})$$

onde $\beta_m^i(t, t')$ é a taxa de conversão líquida da massa estelar de i pré-existente para massa de outra espécie, em uma estrela de massa m , nascida em t' ; g é a fração inicial de τ_m durante a qual não há depleção da espécie i ; e $J^i(m, t)$ é a massa total líquida de i que foi convertida em massa de outra espécie, na estrela de massa m , nascida em $(t - \tau_m)$. Por outro lado, da equação (4.13) temos que

$$J^i(m, t) = m X^i(t - \tau_m) \xi_{tot}^i(m) \quad , \quad (\text{II.2})$$

onde $X^i(t - \tau_m)$ é a abundância média de i no meio interestelar à época de formação da estrela de massa m e $\xi_{tot}^i(m)$ é a função de destruição total da estrela, que pode ser

definida pela equação (4.10) (para a estrela como um todo, é a fração da massa original de i depletada durante sua vida).

Para demonstrar a consistência entre as equações acima, vamos definir $F_m^i(t)$ como a massa de i na estrela de massa m no instante de tempo t e $\eta_m^i(t, t')$ como a fração da massa original de i (em t') que foi convertida em outra espécie, no intervalo $t - t'$ da evolução da estrela. Portanto, temos que

$$F_m^i(t') \eta_m^i(t, t') = F_m^i(t') - F_m^i(t) \quad . \quad (\text{II.3})$$

Da equação acima, podemos escrever que a taxa de conversão líquida da massa estelar de i pré-existente para massa de outra espécie, em uma estrela de massa m , nascida em t' [ver equação (II.1)] é

$$\beta_m^i(t, t') = F_m^i(t') \frac{d\eta_m^i(t, t')}{dt} = - \frac{dF_m^i(t)}{dt} \quad . \quad (\text{II.4})$$

Das equações (II.1) e (II.4), temos que

$$\int_{t-\tau_m}^{t-g\tau_m} \beta_m^i(t, t') dt' = - \int_{t-\tau_m}^{t-g\tau_m} \frac{dF_m^i(t)}{dt} dt' = - \int_{t-\tau_m+g\tau_m}^t dF_m^i(t') \quad , \quad (\text{II.5})$$

onde na última igualdade fizemos a transformação

$$t = t' + g\tau_m \quad . \quad (\text{II.6})$$

Inicialmente, assumimos que a estrela de massa m passa todo o intervalo de tempo, desde o seu nascimento em $t - \tau_m$ até o instante de tempo $t - \tau_m + g\tau_m$, sem que haja depleção de

i , o que fornece $F_m^i(t - \tau_m + g\tau_m) = F_m^i(t - \tau_m)$. Portanto, podemos escrever das equações (II.3) e (II.5),

$$\int_{t-\tau_m}^{t-g\tau_m} \beta_m^i(t, t') dt' = F_m^i(t - \tau_m) - F_m^i(t) = F_m^i(t - \tau_m) \eta_m^i(t, t - \tau_m) \quad . \quad (\text{II.7})$$

Finalmente, das definições apresentadas no início deste apêndice, podemos escrever que $F_m^i(t - \tau_m) = m X^i(t - \tau_m)$ e que $\eta_m^i(t, t - \tau_m) = \xi_{tot}^i(m)$ e, portanto, de (II.7) temos

$$\int_{t-\tau_m}^{t-g\tau_m} \beta_m^i(t, t') dt' = m X^i(t - \tau_m) \xi_{tot}^i(m) \quad , \quad (\text{II.8})$$

como queríamos demonstrar.

APÊNDICE III

Considerações relativas ao Modelo com Refugos

III.1. Consistência entre os parâmetros do modelo com refugos e os do formalismo básico do capítulo 2

Na seção 5.2 definimos a taxa de formação e função de massa inicial generalizadas, Ψ e Φ . Descrevemos, a seguir, o que estas definições implicam, no que se refere ao formalismo básico normalmente utilizado (capítulo 2).

A normalização na equação (5.7) nos leva a escrever que

$$\int_0^{m_u} m\Phi(m)dm = \gamma + \zeta + \varepsilon = 1 \quad (\text{III.1})$$

(onde m_u é a massa máxima estelar), desde que a massa mínima dos objetos do gás seja desprezível (ou seja, $\rho \approx 0$). Multiplicando o lado direito de (III.1) pela taxa de formação generalizada, podemos escrever

$$\gamma\Psi(t) + (\zeta + \varepsilon)\Psi(t) = \Psi(t) \quad , \quad (\text{III.2})$$

onde $\gamma\Psi$ e $(\zeta + \varepsilon)\Psi$ são as taxas de formação de resíduos e de estrelas.

Por outro lado temos, fisicamente, a identidade

$$\Psi(t)\Phi(m) \equiv \psi(t)\phi(m) \quad , \quad \text{para } m \geq m_l \quad , \quad (\text{III.3})$$

onde m_l é a massa mínima estelar, ψ e ϕ são a taxa de formação estelar e a função de massa inicial (seção 2.1). Multiplicando esta equação, membro a membro, por m , e integrando no intervalo de massas estelares, temos

$$\Psi(t) \int_{m_l}^{m_u} m \Phi(m) dm = \psi(t) \int_{m_l}^{m_u} m \phi(m) dm \quad . \quad (\text{III.4})$$

A integral à esquerda, segundo a equação (5.7), é idêntica à $(\zeta + \varepsilon)$, e a integral à direita é normalizada, de acordo com a equação (2.3). Temos, portanto, que

$$(\zeta + \varepsilon)\Psi(t) = \psi(t) \quad . \quad (\text{III.5})$$

Desta equação e de (III.3), temos que

$$\Phi(m) = (\zeta + \varepsilon)\phi(m) \quad , \quad \text{para } m \geq m_l \quad . \quad (\text{III.6})$$

Na seção III.4 mostramos a relação entre Φ e ϕ (figura III.1), para uma dada inclinação da função de massa inicial generalizada no ramo das massas $m < m_l$, obtida segundo o procedimento descrito no ítem 5.2.3. Mostramos, também, conjuntos de valores dos parâmetros γ , ζ e ε , para diferentes inclinações da função generalizada no ramo das pequenas massas.

Ainda, utilizando a equação (2.11), a identidade (III.3) e a condição física de que a taxa de ejeção de massa, $E(t)$, escrita em termos de ψ e ϕ ou das funções generalizadas representa o mesmo fenômeno, podemos escrever, na aproximação de perda de massa súbita (seção 2.2),

$$E(t) = \mathcal{R}(t)\psi(t) = R(t)\Psi(t) = \int_{m_l}^{m_u} Q_{ej}(m)\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.7})$$

onde m_l é a massa de *turnoff*. Desta equação e da (III.5) temos

$$R(t) = (\zeta + \varepsilon)\mathcal{R}(t) \quad (\text{III.8a})$$

e a taxa de retenção em estrelas e remanescentes.

$$[\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t) = [1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t) \quad . \quad (\text{III.8b})$$

Ainda, das equações (III.5), (III.6) e da (III.8b), podemos escrever

$$\frac{\Phi(m)}{\zeta + \varepsilon - R(t)} = \frac{\phi(m)}{1 - \mathcal{R}(t)} \quad . \quad (\text{III.8c})$$

Na aproximação de reciclagem instantânea, ou para uma taxa de formação generalizada constante (comparar com item 2.4.1), a fração de retorno R , obtida da equação (III.7), reduz-se à equação (5.9):

$$R = \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m)\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.9})$$

onde $Q_{ej}(m) = m - w(m)$ [equação (2.8)].

Na aproximação de perda de massa súbita, o *yield* é definido pela equação (2.18). Utilizando a identidade (III.3) e a equação (III.8b), podemos reescrever (2.18) na forma

$$y^i(t) = \frac{1}{[\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t)} \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m)\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.10a})$$

a qual, na aproximação de reciclagem instantânea, ou para uma taxa de formação generalizada constante, fica

$$y^i = \frac{1}{\zeta + \varepsilon - R} \int_{m_t}^{m_u} Q^i(m)\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.10b})$$

[onde R é dado pela equação (III.9)] que mantém o mesmo significado do *yield* do formalismo em Tinsley (1980), ou seja, a massa produzida e ejetada, por unidade de massa retida nas estrelas que vivem para sempre e remanescentes (ítem 2.4.1). De fato, da equação (III.8c), vemos que os *yields* nos dois formalismos são matematicamente idênticos.

Utilizando o mesmo raciocínio que nos levou à equação (III.7), podemos escrever, das equações (2.19), (2.20) e (III.8b), que a taxa de ejeção de massa de i é

$$\begin{aligned} E^i(t) &= y^i(t)[1 - \mathcal{R}(t)]\psi(t) + \mathcal{R}_a^i(t)\psi(t) \\ &= y^i(t)[\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t) + R_a^i(t)\Psi(t) \quad , \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

onde

$$\mathcal{R}_a^i(t)\psi(t) = R_a^i(t)\Psi(t) = \int_{m_i}^{m_u} A^i(m, t)\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm \quad (\text{III.12})$$

e A^i , do ponto de vista de Tinsley (1980), é dado por uma das equações (2.27) ou, segundo nossos desenvolvimentos, pela equação (4.14). A utilização da equação (4.14) na equação acima implica analisarmos simultaneamente os efeitos dos refugos (seção 5.2) e da astração (capítulo 4). Tal análise é realizada na seção 5.3.

Para o conjunto dos metais, as equações (2.27a), (III.9) e (III.11) fornecem, na aproximação de reciclagem instantânea,

$$E^z(t) = y^z(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) + Z(t)R\Psi(t) \quad (\text{III.13})$$

onde, da equação (III.10b),

$$y^z = \frac{1}{\zeta + \varepsilon - R} \int_{m_i}^{m_u} Q^z(m)\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.14})$$

que é idêntica à equação (5.15) [$Q^z(m) = mp_{z,m}$, ver item 2.3.1]. Devido às equações (III.7) e (III.8b), a equação (III.13) é igual à (2.40b).

III.2. Demonstração das equações para as taxas de variação das massas do gás, das estrelas e dos refugos

Analogamente às equações (2.5) a (2.7), as equações, no modelo com refugos, para as variações de massas [total, M ; das estrelas, M_s ; do gás, M_g ; e dos refugos (resíduos mais remanescentes), M_r] são, respectivamente,

$$\frac{dM(t)}{dt} = I(t) - O(t) \quad , \quad (\text{III.15a})$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \Psi(t) - E(t) - L(t) - \gamma\Psi(t) \quad , \quad (\text{III.15b})$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -\Psi(t) + E(t) + I(t) - O(t) + V(t) \quad , \quad (\text{III.15c})$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = L(t) + \gamma\Psi(t) - V(t) \quad , \quad (\text{III.15d})$$

onde I e O são as taxas de *infall* e *outflow*, E é a taxa de ejeção [equação (III.7)], L é a taxa de formação de remanescentes [equação (5.5)], $\gamma\Psi$ é a taxa de formação de resíduos e V é a taxa de evaporação dos resíduos. Note que, na medida em que retiramos das estrelas (massa M_e na seção 2.2) a massa de refugos, devemos descontar, da taxa de formação generalizada, as taxas de formação de resíduos e remanescentes [comparar as equações (2.6) e (III.15b)].

No item 5.2.2 assumimos uma taxa de evaporação $(1 - Z)\check{\gamma}\Psi$, onde $\check{\gamma}$ é a fração da taxa de formação generalizada responsável pela formação de resíduos que evaporam. Tal

hipótese implica evaporação total de H e He. Entretanto, podemos considerar uma taxa de evaporação menor dos não metais, ou seja,

$$V(t) = q[1 - Z(t)]\check{\gamma}\Psi(t) \quad , \quad \text{onde } 0 < q \leq 1 \quad . \quad (\text{III.16})$$

Com as equações (III.7) e (III.16), as equações (III.15b) a (III.15d) podem ser escritas, respectivamente,

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = [1 - R(t)]\Psi(t) - L(t) - \gamma\Psi(t) \quad , \quad (\text{III.17a})$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -[1 - R(t)]\Psi(t) + I(t) - O(t) + q[1 - Z(t)]\check{\gamma}\Psi(t) \quad , \quad (\text{III.17b})$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = L(t) + \gamma\Psi(t) - q[1 - Z(t)]\check{\gamma}\Psi(t) \quad . \quad (\text{III.17c})$$

ou, usando (III.1) e considerando $Z \ll 1$,

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = [\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t) - L(t) \quad , \quad (\text{III.18a})$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -[\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t) + I(t) - O(t) - (\gamma - q\check{\gamma})\Psi(t) \quad , \quad (\text{III.18b})$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = L(t) + (\gamma - q\check{\gamma})\Psi(t) \quad . \quad (\text{III.18c})$$

Se pudermos considerar uma taxa de formação de remanescentes $L \gg (\gamma - q\check{\gamma})\Psi$, então certamente a taxa de retenção nas estrelas e remanescentes será também maior, ou seja, $(\zeta + \varepsilon - R) \gg (\gamma - q\check{\gamma})$. Neste caso, não é necessária a suposição de evaporação total de H e He [$q = 1$ na equação (IV.16)], como no item 5.2.2. Podemos escrever (III.18b) e (IV.18c), simplesmente,

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -[\zeta + \varepsilon - R(t)]\Psi(t) + I(t) - O(t) \quad , \quad (\text{III.19a})$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = L(t) \quad . \quad (\text{III.19b})$$

A taxa de formação de remanescentes, equação (5.5), pode ser escrita [dado que $Q_{ej}(m) = m - w(m)$, equação (2.8)] na forma

$$L(t) = \int_{m_t}^{m_u} m\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm - \int_{m_t}^{m_u} Q_{ej}(m)\Psi(t - \tau_m)\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.20a})$$

ou, utilizando a definição de ε , que pode ser obtida da equação (5.7), e a equação (III.7),

$$L(t) = [\varepsilon - R(t)]\Psi(t) - \int_{m_t}^{m_u} m[\Psi(t) - \Psi(t - \tau_m)]\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.20b})$$

a qual, na aproximação de reciclagem instantânea ou para uma taxa de formação generalizada constante, reduz-se à equação (5.10). Substituindo a equação acima nas equações (III.18a) e (IV19.b), temos, respectivamente,

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \zeta\Psi(t) + \int_{m_t}^{m_u} m[\Psi(t) - \Psi(t - \tau_m)]\Phi(m)dm \quad , \quad (\text{III.21a})$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = [\varepsilon - R(t)]\Psi(t) - \int_{m_t}^{m_u} m[\Psi(t) - \Psi(t - \tau_m)]\Phi(m)dm \quad . \quad (\text{III.21b})$$

As equações (III.15a), (III.19a), (III.21a) e (III.21b) formam o conjunto de equações básicas do modelo com refugos. Na aproximação de reciclagem instantânea, ou para uma taxa de formação generalizada constante, estas equações fornecem, respectivamente,

$$\frac{dM(t)}{dt} = I(t) - O(t) \quad , \quad (\text{III.22a})$$

$$\frac{dM_g(t)}{dt} = -(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) + I(t) - O(t) \quad , \quad (\text{III.22b})$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \zeta\Psi(t) \quad , \quad (\text{III.22c})$$

$$\frac{dM_r(t)}{dt} = (\varepsilon - R)\Psi(t) \quad , \quad (\text{III.22d})$$

onde R é dado pela equação (III.9). Para modelos com taxas nulas de *infall* e *outflow*, a equação (III.22b) é idêntica à equação (5.11). As equações (III.22c) e (III.22d) são as (5.12) e (5.13).

Vale notar que a observação que se segue à equação (5.13), de que a equação (5.12) pode ser obtida a partir de uma taxa de formação generalizada constante está incompleta, pois, como acabamos de mostrar, isto é válido também para as equações (5.11) e (5.13).

III.3. Evolução de abundâncias no meio interestelar

Vamos observar, a seguir, as modificações ao formalismo das seções 2.3 e 2.4, introduzidos pela hipótese descrita no modelo com refugos, de que há um processo significativo de retenção de metais em objetos não estelares. Quando não explicitamente indicadas as definições dos parâmetros, pede-se ao leitor que recorra àquelas nas seções mencionadas.

III.3.1. Equações gerais

A equação geral para a taxa de variação de massa de i no gás é

$$\frac{d[X^i(t)M_g(t)]}{dt} = \frac{dM_g^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) - X^i(t)\Psi(t) + E^i(t) + X_I^i(t)I(t) - X^i(t)O(t), \quad (\text{III.23})$$

onde E^i é dada pelas equações (III.11) e (III.12).

Utilizando a identidade (2.21), as equações (III.19a) (para a taxa de variação da massa de gás) e (III.23) (para a taxa de variação da massa de i no meio interestelar, no modelo com refugos), temos [de forma análoga à obtenção da equação (2.22)] a equação geral para a taxa de variação de abundância de i no meio interestelar, no modelo com refugos,

$$M_g(t) \frac{dX^i(t)}{dt} = P_g^i(t) - D_g^i(t) + E^i(t) - X^i(t) R(t)\Psi(t) - X^i(t)\gamma\Psi(t) + [X_I^i(t) - X^i(t)]I(t). \quad (\text{III.24})$$

As equações (III.23) e (III.24) são diferentes, respectivamente, das equações (2.16) e (2.22) pelo fator $X^i\gamma\Psi$: note que, na equação (III.23), temos que, pelas equações (III.2) e (III.5), $X^i\Psi = X^i(\psi + \gamma\Psi)$. Portanto, a diferença mencionada deve-se à substituição da taxa de retenção devida à formação estelar na equação (2.16), $X^i\psi$, pela taxa de retenção generalizada, $X^i\Psi$, na equação (III.23). Na medida em que se assume evaporação total ou parcial dos resíduos (o que produz uma massa de resíduos desprezível em relação à estelar) é razoável assumir uma taxa (inicial) de formação $\gamma\Psi$ não desprezível, que leva a um decréscimo da taxa de variação da abundância de i no meio interestelar [equação (III.24)] pelo fator $X^i\gamma\Psi$.

III.3.2. Evolução da metalicidade

As equações básicas para a evolução da metalicidade (ver ítem 2.3.2) podem ser obtidas das equações (III.23) e (III.24). Temos, respectivamente,

$$\frac{d[Z(t)M_g(t)]}{dt} = \frac{dM_g^z(t)}{dt} = -Z(t)\Psi(t) + E^z(t) + Z_I(t)I(t) - Z(t)O(t), \quad (\text{III.25a})$$

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dt} = E^z(t) - Z(t)R\Psi(t) - Z(t)\gamma\Psi(t) + [Z_I(t) - Z(t)]I(t) \quad (\text{III.25b})$$

Tomando E^z dada pela equação (III.13) temos, na aproximação de reciclagem instantânea, as equações acima nas formas

$$\frac{d[Z(t)M_g(t)]}{dt} = -Z(t)(1-R)\Psi(t) + y^z(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) + Z_I(t)I(t) - Z(t)O(t), \quad (\text{III.26a})$$

$$M_g(t) \frac{dZ(t)}{dt} = y^z(\zeta + \varepsilon - R)\Psi(t) - Z(t)\gamma\Psi(t) + [Z_I(t) - Z(t)]I(t). \quad (\text{III.26b})$$

onde R e y^z são dadas pelas equações (III.9) e (III.14).

Para taxas nulas de *infall* e *outflow*, a equação (III.26a) é a equação (5.14). Note que, pelas equações (III.5) e (III.8b), temos que, na equação (III.26a), $Z(1-R)\Psi = Z(1-R)\psi + \gamma Z\Psi$, e portanto as equações (III.26) diferem das (2.41) devido ao termo $Z\gamma\Psi$ (analogamente à diferença citada no ítem anterior).

Faremos, a seguir, um resumo do procedimento que leva às equações (5.16), (5.18) e (5.19).

⇒ Das equações (III.22b) e (III.26b), tomando taxas nulas de *infall* e *outflow* ($I = O = 0$) e através de uma manipulação algébrica análoga ao do item (2.4.3) (no caso do modelo simples), obtemos uma solução de (III.26b), que é a equação (5.16). Vale notar que, para uma metalicidade inicial nula e para $\gamma \rightarrow 0$, aplicando a regra de l'Hopital, a equação (5.16) reduz-se àquela do modelo simples [equação (2.44)].

⇒ Combinando-se as equações (III.22b) (tomando $I = O = 0$) e (III.22d), eliminamos Ψ ; escrevemos M_g e M_r em termos das frações de massa definidas, respectivamente, pelas equações (5.2) e (5.3); temos então

$$\frac{d\kappa}{dt} = \frac{\varepsilon - R}{\zeta + \varepsilon - R} \frac{d\mu}{dt} ,$$

cuja solução fornece a equação (5.18).

⇒ Tomamos a solução para Z_1 da equação (5.16) e colocamos o *yield* em evidência; este, por sua vez, é substituído na equação (5.16) e, com isto, eliminamos o *yield*; na equação assim obtida, colocamos μ em evidência, obtendo a equação em termos dos valores iniciais e finais de Z e μ , bem como da metalicidade Z . As frações μ (obtida desta forma) e κ [dada pela equação (5.18)] substituídas em (5.17) fornecem a equação (5.19).

III.4. Cálculo das frações de estrelas e resíduos formados

No item 5.2.3 afirmamos que as frações γ , ζ e ε são estimadas a partir da função de massa inicial de Miller e Scalo (1979), para $m \geq m_l$. Em detalhe, procedemos da forma que se segue.

No apêndice I apresentamos a relação entre as funções de massa inicial em Tinsley (1980) e em Miller e Scalo (1979). Da equação (I.10) temos que

$$\phi(m) \propto \frac{\xi(\log m)}{m} \quad \text{para } m \geq m_l \quad (\text{III.27})$$

e, devido à equação (III.6), podemos escrever proporção análoga para a função de massa inicial generalizada, Φ . Considerando os intervalos de massa em Miller e Scalo, acrescidos pelo intervalo de massa dos resíduos e tomando uma inclinação j para Φ neste último intervalo, podemos escrever

$$\begin{aligned}
 \Phi(m) &= a_1 m^{-j}, & \text{para } 0 \lesssim m \leq 0,1M_{\odot} \\
 &= a_2 m^{-1,4}, & \text{para } 0,1 \leq m \leq 1M_{\odot} \\
 &= a_3 m^{-2,5}, & \text{para } 1 \leq m \leq 10M_{\odot} \\
 &= a_4 m^{-3,3}, & \text{para } 10 \leq m \leq 100M_{\odot}
 \end{aligned}
 \tag{III.28}$$

onde as inclinações no intervalo $0,1 \leq m \leq 100M_{\odot}$ foram obtidas de Miller e Scalo, utilizando-se a equação (III.27).

Dada uma inclinação j na região de pequenas massas, impomos a normalização da função de massa inicial generalizada, dada pela equação (5.7) (para a qual supomos $\rho \approx 0$) e sua continuidade em $0,1$, 1 e $10M_{\odot}$. Assumindo $\gamma \approx \zeta$, como na seção 5.2, encontramos: $a_1 \approx 0,1$, $a_2 = a_3 \approx 0,24$, $a_4 \approx 1,53$ e $j \approx 1,8$. Com estes valores, a equação (III.28) é a função de massa inicial generalizada utilizada na seção 5.2 e apresentada na figura III.1, em comparação com a correspondente função de massa inicial do formalismo em Tinsley (1980).

Utilizando a função obtida e as definições de γ , ζ e ε , dadas pela equação (5.7) (tomando $\rho \approx 0$), encontramos os valores destes parâmetros utilizados naquela seção. Entretanto, é adequado obtermos, de modo consistente, outros valores, uma vez que há interesse na análise dos efeitos conjuntos dos refugos e, por exemplo, da astração (capítulo 4 e seção 5.3) ou do *infall* (capítulo 6); e ainda, na comparação com outros vínculos observacionais, tais com a relação idade-metalicidade (ver seção 6.2), além da distribuição cumulativa de metalicidade. Tais análises podem exigir outros valores de γ adequados aos modelos, uma vez

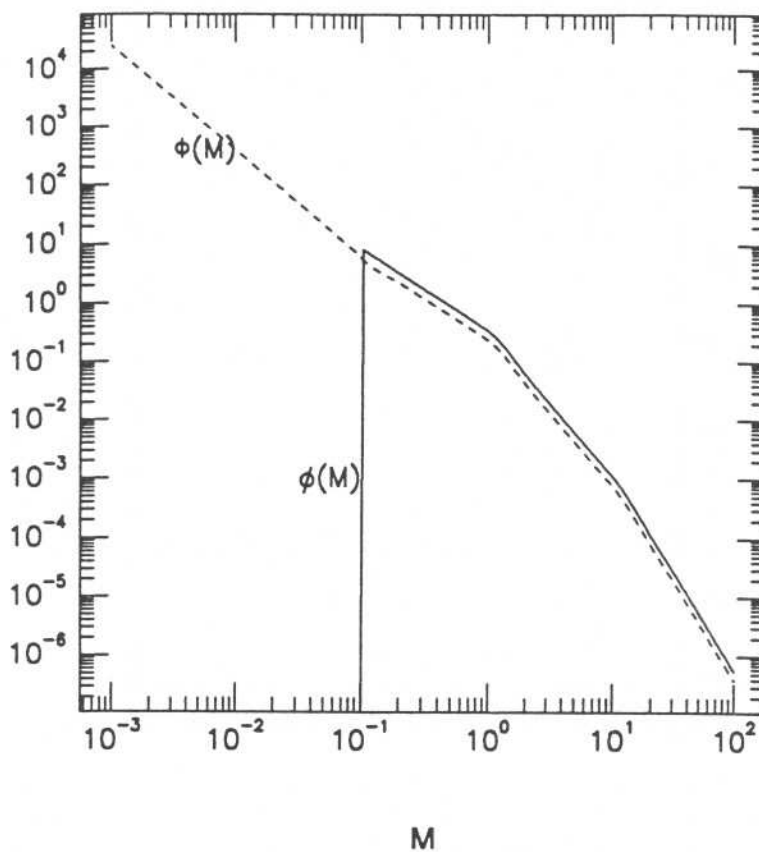


Figura III.1 - Relação entre a função de massa inicial ϕ e a generalizada Φ , para uma inclinação $j \approx 1,8$ (ver texto).

que processos diferentes podem levar a resultados semelhantes de diluição de abundâncias no meio interestelar.

Para computarmos conjuntos coerentes de valores de γ , ζ e ε , procedemos do modo descrito anteriormente, mantendo a imposição primitiva de que $\gamma \lesssim \zeta$, o que implica $j \lesssim 1,8$. Assim, dentro do intervalo de significado físico $0 \lesssim j \lesssim 1,8$, para cada valor de j impomos a normalização e continuidade da função de massa inicial generalizada e

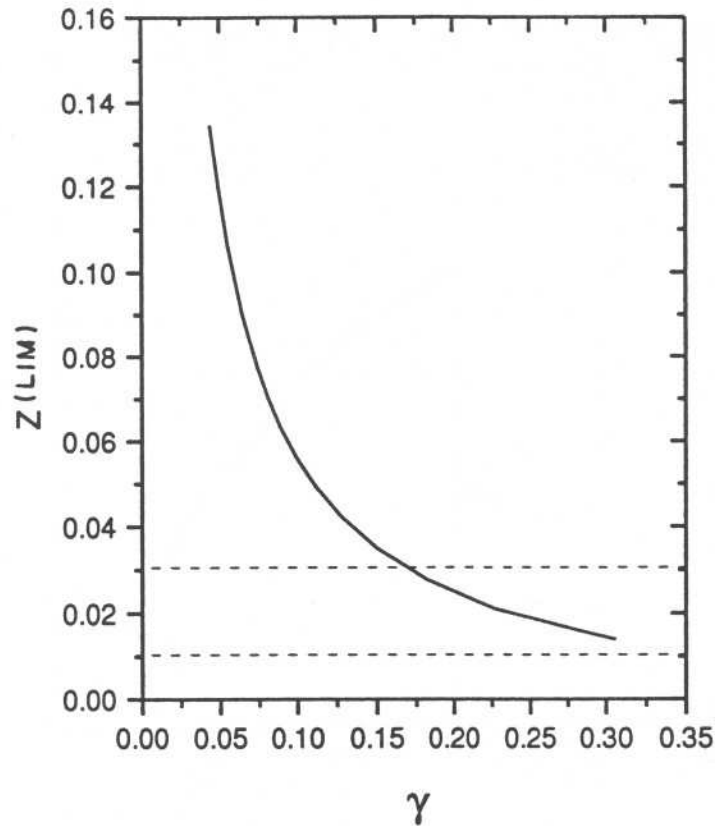


Figura III.2 - $Z(\mu \rightarrow 0)$ versus γ , segundo os valores da tabela III.1.

calculamos novos valores das constantes para o conjunto das frações γ , ζ e ε . Para cada um dos conjuntos possíveis, calculamos a fração de retorno R através da equação (III.9). Os resultados de tal procedimento encontram-se na tabela III.1. Para os dados desta tabela, podemos traçar uma figura análoga à figura 5.2 (para a qual foi considerada apenas a variação de γ). A figura III.2, assim obtida, não apresenta grandes diferenças em relação à anterior, no que concerne às previsões do modelo. Na figura 5.2, para o intervalo de valores estabelecido para $Z(\text{LIM}) = Z(\mu \rightarrow 0) \approx Z_{\odot}$, há apenas um abaixamento do limite inferior de γ , que passa a ser $\gamma \sim 0,17$.

Tabela III.1

j	γ	ζ	ε	R
0,1	0,044	0,419	0,537	0,364
0,3	0,049	0,418	0,534	0,362
0,5	0,055	0,414	0,530	0,360
0,7	0,064	0,411	0,526	0,357
0,8	0,068	0,408	0,523	0,355
0,9	0,074	0,406	0,520	0,353
1,0	0,081	0,403	0,516	0,350
1,1	0,089	0,399	0,511	0,347
1,2	0,099	0,395	0,506	0,343
1,3	0,112	0,389	0,499	0,338
1,4	0,128	0,382	0,490	0,332
1,5	0,150	0,373	0,477	0,324
1,6	0,181	0,359	0,460	0,312
1,7	0,227	0,339	0,434	0,294
1,8	0,306	0,304	0,390	0,264

REFERÊNCIAS

- Allen C.W. 1973, *Astrophysical Quantities*, Athlone
- Anders E., Grevesse N. 1989, *Geochim. Cosmochim. Acta* **53**, 197
- Arany-Prado L. I., de la Reza R. 1992, *IAU Symp. 149*, eds. B. Barbuy and A. Renzini, Kluwer, Dordrecht, 387
- Arnett W. D. 1978, *Astrophys. J.* **219**, 1008
- Audouze J. 1986, in *Nucleosynthesis and Stellar Evolution*, eds B. Hauck, A. Maeder and G. Meynet, Geneva Observatory, 431
- Bailey M. E. 1988, in *Dust in the Universe*, eds. M. E. Bailey and D. A. Williams, Cambridge Un. Press, 113
- Barbuy B. 1992, *IAU Symp. 149*, eds. B. Barbuy and A. Renzini, Kluwer, Dordrecht, 143
- Binney J., Tremaine S. 1987, *Galactic Dynamics*, Princeton Un. Press, sec. 9.2
- Brown L. E. 1992, *Astrophys. J.* **389**, 251
- Butcher H. R. 1987, *Nature* **328**, 127
- Chiappini C., Maciel W. J. 1993, *Astron. Astrophys.* (em impressão)
- Clayton D. D. 1984, *Astrophys. J.* **285**, 411
- Clayton D. D. 1985, in *Challenges and New Developments in Nucleosynthesis*, eds. W. D. Arnett, W. Hillebrandt and J. W. Truran, Un. Chicago Press, 65
- Clayton D. D. 1988, *Monthly Notices Roy. Astr. Soc.* **234**, 1
- Cunha K., Lambert D. L. 1992, *Astrophys. J.* **399**, 586
- Cowan J. J., Thielemann F. K., Truran J. W. 1991, *Phys. Rep.* **208**, 267-394
- da Silva L., de la Reza R., de Magalhães S. D. 1990, in *Astrophysical Ages and Dating Methods*, eds. E. Vangioni-Flam, M. Cassé, J. Audouze and J. T. T. Van, Paris: Ed. Frontière, 419
- de Freitas Pacheco J. A. 1993, *Astrophys. J.* **403**, 673
- Delsemme A. H. 1988, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **325**, 509

- Dopita M. A. 1991, *Proc. ASA* **9** (2), 234
- Edvardsson B., Andersen J., Gustafsson B., Lambert D. L., Nissen P. E., Tomkin J., 1993
Astron. Astrophys. **275**, 101
- Ferrini F., Matteucci F., Pardi C., Penco U. 1992, *Astrophys. J.* **387**, 138.
- François P. 1993, in *Origin and Evolution of the Elements*, eds. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam and M. Cassé, Cambridge Un. Press, 492
- François P., Spite M., Spite F. 1993, *Astron. Astrophys.* **274**, 821
- Greenberg J. M. 1974, *Astrophys. J.* **189**, 19.
- Lang, K. R. 1974, *Astrophysical Formulae*, Springer
- Larson R. B. 1972, *Nature Phys. Sci.* **236**, 7
- Larson R. B. 1992, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **256**, 641
- Lynden-Bell D. 1975, *Vistas in Astronomy* **19**, 229
- Maciel W. J. 1992a, *Astrophys. Space Sci.* **196**, 23
- Maciel W. J. 1992b, *Elements and the Cosmos*, eds. M. G. Edmunds and R. J. Terlevich, Cambridge, 210
- Maciel W. J., Köppen J. 1994, *Astron. Astrophys.* **282**, 436
- Maeder A. 1992, *Astron. Astrophys.* **264**, 105
- Malaney R. A., Mathews G. J., Dearborn D. S. P. 1989, *Astrophys. J.* **345**, 169
- Meusinger H. 1992, *Astrophys. Space Sci.* **188**, 19
- Miller G. E., Scalo J. M. 1979, *Astrophys. J. Sup. Ser.* **41**, 513
- Morell O., Källander D., Butcher H. R. 1992, *Astron. Astrophys.* **259**, 543
- Pagal B. E. J. 1989a, in *Evolutionary Phenomena in Galaxies*, eds. J. E. Beckman and B. E. J. Pagal, Cambridge Un. Press, 201
- Pagal B. E. J. 1989b, *Rev. Mexicana Astron. Astrof.* **18**, 161
- Pagal B. E. J. 1993, in *Origin and Evolution of the Elements*, eds. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam and M. Cassé, Cambridge Un. Press, 496
- Pagal B. E. J., Patchett B.E. 1975, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **172**, 13
- Prantzos N., Vangioni-Flam E., Chauveau S. 1994, *Astron. Astrophys.* **285**, 132

- Rana N. C., Wilkinson D. A. 1986, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **218**, 497
- Rocha-Pinto, H. J. 1993, *Monografia para obtenção do título de astrônomo pela UFRJ* (orientadora: L. I. Arany-Prado)
- Rocha-Pinto H. J., Arany-Prado L. I., Maciel W. J. 1994, *Astrophys. Space Sci.* **211**, 241
- Scalo J. M. 1986, *Fund. Cosm. Phys.* **11**, 1
- Schmidt M. 1959, *Astrophys. J.* **129**, 243
- Schmidt M. 1963, *Astrophys. J.* **137**, 758
- Schramm D. N., Wasserburg G. J. 1970, *Astrophys. J.* **162**, 57
- Searle L., Sargent W. L. W. 1972, *Astrophys. J.* **173**, 25
- Spite M. 1992, *IAU Symp. 149*, eds. B. Barbuy and A. Renzini, Kluwer, Dordrecht, 123
- Stern S. A., Shull J. M. 1990, *Astrophys. J.* **359**, 506
- Sykes M. V. 1993, *Nature* **362**, 696
- Talbot, Jr. R. J., Arnett W. D. 1973, *Astrophys. J.* **186**, 51
- Tinsley B. M. 1974, *Astrophys. J.* **192**, 629
- Tinsley B. M. 1980, *Fund. Cosm. Phys.* **5**, 287
- Tinsley B. M. 1981, *Astrophys. J.* **250**, 758
- Tinsley B. M., Cameron A. G. W. 1974, *Astrophys. Space Sci.* **31**, 31
- Tosi M. 1988, *Astron. Astrophys.* **197**, 33.
- Tosi M. 1990, in *Chemical and Dynamical Evolution of Galaxies*, eds. F. Ferrini, J. Franco and F. Matteucci, ETS Editrice, Pisa, 567.
- Tosi M. 1991, *IAU Symposium 144*, ed. H. Bloemen, Reidel, Dordrecht, 79.
- Truran J. W., Cameron A. G. W. 1971, *Astrophys. Space Sci.* **14**, 179
- Twarog B. A. 1980, *Astrophys. J.* **242**, 242
- Wheeler J. C., Sneden C., Truran J. W. 1989, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **27**, 276
- Vanýsek V. 1987a, in *Symposium on the diversity and similarity of comets*, ESA SP-278, Brussels, 745
- Vanýsek V. 1987b, *10th IAU European Regional Meeting*, ed. J. Palouš, Praha, 279
- Yokoi K., Takahashi K., Arnould M. 1983, *Astron. Astrophys.* **117**, 65